5

MATEMÁTICA

5.ª CLASSE

Texto Editores

Ficha Técnica

Título
Matemática | Manual da 5.ª classe

Redacção de Conteúdos
Natália Vaz
Armando Nzinga
Bernardo Filipe Matias
Edson Magalhães
Eduardo Nangacovie
Isabel Ferreira do Nascimento
Isabel Pedro
João Wandanda
José Caluina Pedro
José da Silva
Moisés Figueira
Paulina Suquina
Pedro Manuel Neto
Vanda Rufino

Capa
Ministério da Educação – MED

Coordenação Técnica para a Actualização e a Correcção
Ministério da Educação – MED

Revisão de Conteúdos e Linguística
Paula Henriques - Coordenadora
Cecília Vicente Tomás
Domingos Cordeiro António
Silvestre Osvaldo de Margarida Estrela

Editora
Texto Editores, Lda.

Pré-impressão, Impressão e Acabamento
Texto Editores, Lda. / UNIMATER

Ano / Edição / Tiragem
2021 / 2.ª Edição / 887 411 Exemplares

ISBN
978-989-8884-84-8

Endereço electrónico do Editor
info@textoeditores.ao

Apresentação

Querido(a) aluno(a),

As lições seleccionadas para esta classe visam conduzir-te ao nível do progresso e do desenvolvimento, num mundo em constante mudança, através de conteúdos e de exercícios diversificados para a consolidação de algumas matérias, assim como o conhecimento de outras.

Deste modo, irás estudar, neste manual escolar de Matemática da 5.ª classe, matérias sobre conjuntos, números e operações, geometria e noção de estatística.

Esperamos que as lições a serem estudadas te ajudem a ampliar os conhecimentos, a desenvolver habilidades e a compreender as realidades actuais do nosso país, do nosso continente e do mundo, pois será desta forma que crescerás social e intelectualmente.

O Ministério da Educação

Índice

Tema 1 • Conjuntos

Tema 2 • Números e operações

Tema 3 • Geometria

Tema 4 • Noção de Estatística

Tema 1

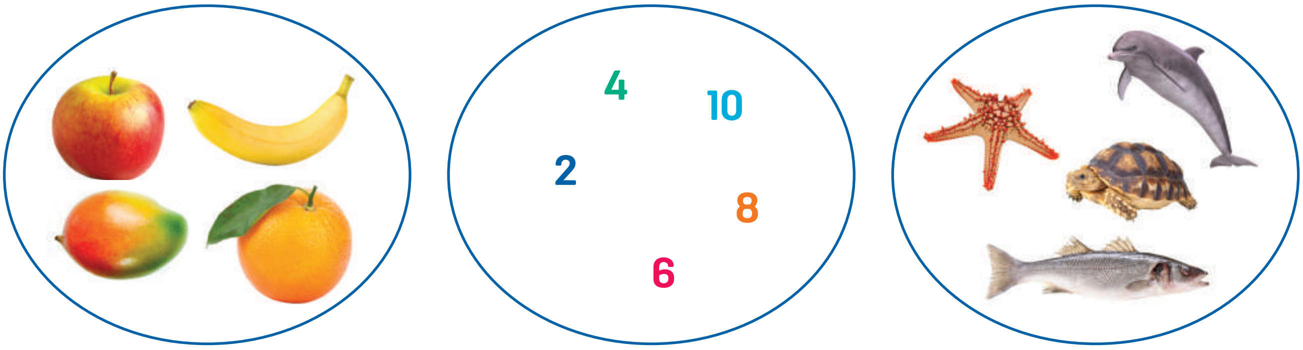
Conjuntos

1.1 Noção de conjunto

Conceito de conjunto

Conjuntos são uma parte fundamental da Matemática. Muitos aspectos que se estudam em Matemática e em outras disciplinas têm as suas bases no conceito de conjunto.

No dia-a-dia deparamo-nos com vários objectos e animais que apresentam propriedades comuns. No estudo dos conjuntos, esses objectos e animais podem ser agrupados tendo em conta estas características que lhes são comuns.



1 2 3

Conjunto 1 – representa frutas: banana, maçã, manga, laranja.

Conjunto 2 – representa números pares até 10.

Conjunto 3 – representa animais marinhos: peixe, estrela-do-mar, tartaruga, golfinho.

Como podes observar no exemplo acima, os objectos foram agrupados segundo uma característica comum. Podemos definir um conjunto, como sendo qualquer colecção de objectos com uma propriedade comum. Cada um desses objectos é chamado **elemento** do conjunto.

Exemplos de conjuntos:

a) O conjunto formado pelas vogais do nosso alfabeto.

b) O conjunto dos números naturais.

c) O conjunto de colegas da tua turma.

d) O conjunto de membros da tua família de casa.

e) O conjunto formado pelas cores da Bandeira Nacional.

Nota: Os elementos de um conjunto podem ser números, letras, pessoas, animais, plantas, objectos, entre outros.

Exercício

Agora que já sabes o que é um conjunto, dá outros exemplos de conjuntos.

1.2 Relação entre conjuntos e elementos

Relação de pertença

Quando um objecto é um dos elementos de um conjunto, dizemos que este objecto pertence ao conjunto. Caso contrário, dizemos que não pertence ao conjunto. Para representarmos esta relação, usamos os símbolos $\in$ e $\notin$.

O símbolo $\in$ lê-se **pertence** e o símbolo $\notin$ lê-se **não pertence**.

Para indicar que um elemento x pertence ao conjunto A, escrevemos:

x $\in$ **A**: lê-se **x** pertence ao conjunto A.

Para indicar que um elemento **y** não pertence ao conjunto A, escrevemos:

y $\notin$ **A**: lê-se **y** não pertence ao conjunto A.

Exemplo: Considera o conjunto B = {a, e, i, o, u}. Então:

a $\in$ **B**; **i** $\in$ **B**, **b** $\notin$ **B**; **d** $\notin$ **B** ou **a**, **i** $\in$ **B**; **b**, **d** $\notin$ **B**

Os símbolos $\in$ e $\notin$ são usados para relacionar elementos e conjuntos.
Um elemento pode pertencer ($\in$) ou não pertencer ($\notin$) a um dado conjunto.

Exercício

Considera os conjuntos A={0,3,7} e B={0,3,5}. Completa com o símbolo $\in$ ou $\notin$.

a) 3_______A	**c)** 3_______B	**e)** 5_______A	**g)** 7_______B
b) 1_______B	**d)** 0_______A	**f)** 7_______A	**h)** 2_______

Notação dos conjuntos e seus elementos

Geralmente, usam-se letras maiúsculas do nosso alfabeto, A, B, C, D e outras, para denotar os conjuntos. Os elementos de um conjunto são denotados por letras minúsculas, entre chavetas, separados por vírgula ou por ponto e vírgula.

Representação de conjuntos

A representação de um conjunto pode ser feita de duas maneiras: por **extensão** e por **compreensão**.

a) Por extensão: quando todos os seus elementos são designados (enumerados) um a um.

Exemplo 1: O conjunto A formado pelas vogais do nosso alfabeto. A sua representação por extensão pode ser: A = {a, e, i ,o, u}

Exemplo 2: o conjunto E formado pelas cores da bandeira de Angola. A sua representação por extensão pode ser: E = {amarela, vermelha, preta}.

Exemplo 3: O conjunto B formado pelos números naturais até 10. A sua representação por extensão pode ser: B= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8, 9, 10}

b) Por compreensão: quando se descreve uma propriedade ou uma característica comum a todos elementos que formam o conjunto.
Geralmente, usa-se esta representação quando o conjunto possui um número muito grande ou ilimitado de elementos, o que torna difícil ou impossível listar (enumerar) todos eles.

Exemplo 1: O conjunto C formado pelos números pares maiores que 10. A sua representação por compreensão pode ser: C = {n: n é um número par maior que 10}

Exemplo 2: O conjunto D formado por todas as consoantes do alfabeto. A sua representação por compreensão pode ser: D = {n: n é uma consoante}

Exemplo 3: O conjunto F formado pelas cores neutras. A sua representação por compreensão pode ser: E = {n: n é uma cor neutra}

Exercícios

1. Representa em extensão ou em compreensão os seguintes conjuntos:

a) O conjunto A dos números ímpares entre 1 e 15.

b) B = {2, 4, 6, 8, 10}

c) O conjunto C dos municípios da tua província.

d) D = {4, 8, 12}

e) F = {1, 3, 5, 7, 9}

f) O conjunto H de todas as províncias do teu país.

g) O conjunto I das letras da palavra Matemática.

2. Representa por extensão os seguintes conjuntos:

a) O conjunto A formado pelas consoantes do nosso alfabeto.

b) O conjunto B dos números primos entre 1 e 10.

c) O conjunto C dos meses do ano com 31 dias.

d) O conjunto D dos meses do ano com 28 ou 29 dias.

e) O conjunto dos países pertencentes aos PALOP.

3. Representa por compreensão os seguintes conjuntos:

a) A = {1, 3, 6, 9, 12}

b) B = {catana, roda dentada, estrela}

c) C = {10, 20, 30, 40, 50, 60, 70}

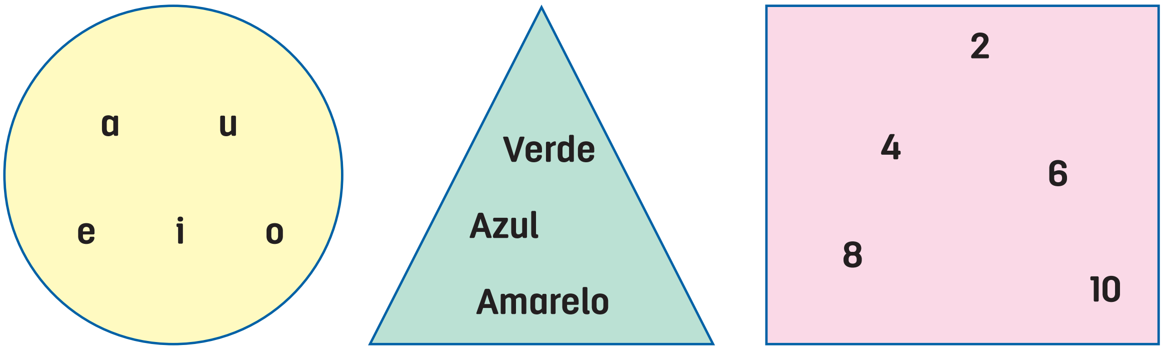
d) D = {Abril, Junho, Setembro, Novembro}

e) E = {1, 2, 3, 6}

Diagrama de Venn

Para além das chavetas, os conjuntos também podem ser representados por diagramas, conhecidos como diagramas de Venn. Esta forma de representar os conjuntos deve-se ao filósofo inglês John Venn (1834-1883).

Os diagramas de Venn podem ser representados por círculos, rectângulos, triângulos ou qualquer curva fechada, como podemos observar a seguir:



1.3 Conjuntos especiais

Os conjuntos quanto aos seus elementos podem classificar-se em: **vazio**, **singular**, **finito** e **infinito**.

1. **Conjunto vazio:** é um conjunto que não possui nenhum elemento.

   O conjunto vazio é representado por {} ou ∅

   Exemplos:

   a) Considera o conjunto E formado por números naturais entre 1 e 2.
   Como sabes, entre os números naturais 1 e 2 não existe nenhum outro número natural. Neste caso, o conjunto é vazio. Simbolicamente, representa-se da seguinte forma:
   $E = \{\ \}$ ou $E = \varnothing$

   b) Considera o conjunto S de dinossauros vivos. Este conjunto também é vazio, porque não existem dinossauros vivos. Simbolicamente, representa-se da seguinte forma:
   $S = \{\ \}$ ou $S = \varnothing$.

2. **Conjunto singular:** é um conjunto formado por um só elemento.

   Exemplos:

   a) Considera, agora, o conjunto D formado por números naturais entre 1 e 3.
   Como sabes, entre os números naturais 1 e 3 existe um único número natural, que é o número 2. Neste caso, o conjunto é singular. Ou seja:
   $E = \{2\}$

b) Considera o conjunto Q dos meses com menos de 30 dias.
Simbolicamente, este conjunto é representado da seguinte forma:
Q = {Fevereiro}

3. **Conjuntos finitos:** são conjuntos formados por um número limitado de elementos.

   Exemplo:

   Considera, agora, o conjunto A formado pelas vogais do nosso alfabeto. Ou seja:
   A = {a, e, i, o, u}

4. **Conjuntos infinitos:** são conjuntos formados por um número ilimitado de elementos.

   Exemplo:

   Considera neste caso o conjunto B formado pelos números naturais. Ou seja:
   B = {1, 2, 3, 4, 5, 6...}

1.4 Relação entre conjuntos

Conjuntos iguais

Podemos dizer que dois ou mais conjuntos são **iguais** quando possuem os mesmos elementos. Matematicamente, representa-se uma igualdade pelo sinal (=).

Exemplo:

Observa os seguintes conjuntos:

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

B = {3, 1, 5, 4, 2, 0}

C = {números ímpares entre 2 e 10}

D = {3, 5, 7, 9}

Conclusão:

Podemos observar que os conjuntos A e B possuem os mesmos elementos. Logo, são conjuntos iguais.

Podemos observar que os conjuntos C e D possuem os mesmos elementos. Logo, são conjuntos iguais.

Quando comparamos os conjuntos A e D notamos que não possuem os mesmos elementos. Logo, são conjuntos diferentes, representados por C $\neq$ D.

Exemplo: Dados os conjuntos:

R = {Segunda, Terça, Quarta, Quinta, Sexta} e S = {Segunda, Terça, Quarta}

Podemos observar que os conjuntos R e S não possuem os mesmos elementos. Logo: R $\neq$ S.

Exercícios

Verifica se os conjuntos seguintes são iguais ou diferentes:

a) E = {v, o, l, u, m, e} e F = {r, a, i, o}

b) G = {1, 3, 5, 7, 9} e H = {números ímpares entre 0 e 10}

c) I = {1, 2, 3, 4, 5} e J = {3, 4, 5, 6, 7}

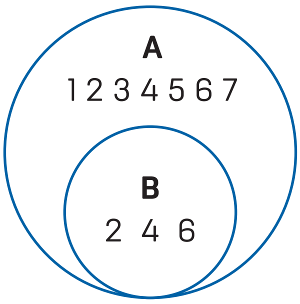
d) K = {animais domésticos} e L = {cão, galinha, gato, cavalo}

Subconjuntos

Dados os conjuntos A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} e B= {2, 4, 6}

Observamos que todos os elementos do conjunto B também são elementos do conjunto A.

Assim, podemos dizer que o conjunto B está contido no conjunto A ou o conjunto B é subconjunto do conjunto A.



Simbolicamente escreve-se:

B $\subset$ **A** (lê-se **B está contido** em A ou B é **subconjunto** de A)

O símbolo $\subset$ lê-se **está contido**.

Agora observa os conjuntos E e F, representados abaixo:

E = {8, 9, 12} e F = {8, 9, 10, 11}.

Neste caso, apenas dois elementos (8 e 9) do conjunto E pertencem ao conjunto F. Logo, **E** não é subconjunto de **F** ou **E** não está contido em **F**.

Simbolicamente escreve-se: **E** $\not\subset$ **F** (lê-se **E não está contido** em **F** ou **E não é subconjunto de F**)

O símbolo $\not\subset$ lê-se **não está contido**.

Um conjunto **B** é subconjunto de um conjunto **A** se todo o elemento de B é também elemento de A.

Exercícios

1. Dados os conjuntos abaixo, determina se os conjuntos A, C e E são, ou não, subconjuntos dos conjuntos B, D e F, respectivamente.

   A = {2, 4, 6, 8, 10} | B = {conjunto dos números naturais}

   C = {Malanje, Namibe, Huambo, Uíge, Luanda} | D = {Províncias de Angola}

   E = {cenoura, laranja, pepino, maçã, couve} | F = {frutas}

2. A partir do conjunto A = {8, 5, 4}, forma 5 subconjuntos possíveis.

1.5 Conjuntos numéricos

Recordas-te da sequência dos números naturais? Essa sequência de números forma um conjunto numérico denominado **conjunto dos números naturais**.

Este conjunto representa-se simbolicamente pela letra N, ou seja:

N = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9...}

Notaste que o elemento zero não está neste conjunto. Se se juntar a este conjunto o elemento zero, obtém-se um outro conjunto que se representa pela letra N_0, denominado **conjunto dos números naturais incluindo o zero**. Ou seja:

N_0 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9...}

Um outro conjunto numérico é o **conjunto dos números racionais absolutos**. Este conjunto é formado por todos os números decimais positivos que podem ser apresentados sob a forma de fracção. Representa-se por Q_+.

Exercícios

1. Completa com os símbolos $\in$ ou $\notin$.

   a) 0________N
   b) 0,67________Q_+
   c) 10________Q_+
   d) 0________N_0
   e) 0,01________N_0
   f) 1,875________N_0
   g) 3________Q_+
   h) $\frac{1}{2}$________N_0
   i) $\frac{1}{2}$________Q_+
   j) 0________Q_+
   k) $\frac{11}{3}$________Q_+
   l) $\frac{11}{3}$________N

2. Completa com os símbolos $\subset$ ou $\not\subset$.

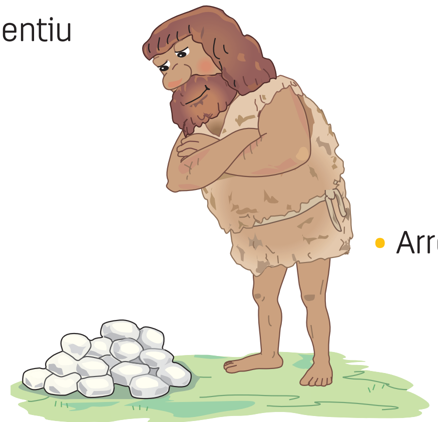
   a) N_0________N
   b) N ________Q_+
   c) N_0________Q_+

Tema 2
Números e operações

2.1 Estudo de números naturais incluindo o zero e números decimais

Processos primitivos de contagem: breve historial

Desde muito cedo, o ser humano sentiu necessidade de contar.



Utilizou vários processos:

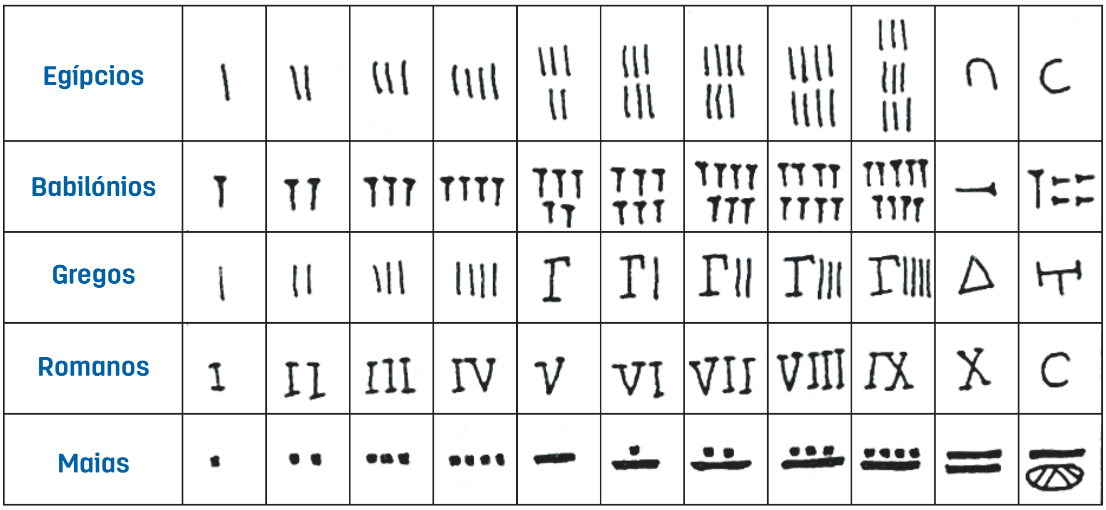
- Fazia cortes num pau ou num tronco de árvore...

- Arranjava pedrinhas...

A cada pedrinha, cada corte, cada nó correspondia um animal, um objecto. Um dia...

Mas, rapidamente, o ser humano precisou de dar nomes aos números e de arranjar formas simples de os representar.

Povos de várias civilizações criaram os seus próprios símbolos, como podes observar no quadro seguinte:



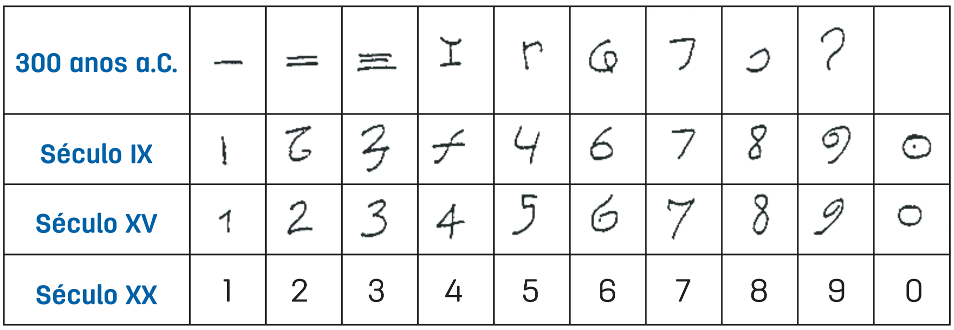
Com o passar dos tempos, o ser humano sentiu necessidade de inventar mais números, números cada vez maiores.

Foram assim aparecendo os **sistemas de numeração**, ou seja, conjuntos de símbolos e de regras de utilização desses símbolos.

O sistema de numeração que usamos é, habitualmente, atribuído aos árabes. No entanto, os símbolos que utilizamos para representar os números tiveram origem no norte da Índia, 300 anos antes de Cristo.

Os árabes tiveram depois um papel de intermediários entre o Oriente e o Ocidente, ajudando a divulgar estas descobertas.

Observa a evolução que esses símbolos sofreram ao longo dos tempos.



Como acabaste de ver, os **algarismos** que hoje usamos já foram escritos de outros modos.

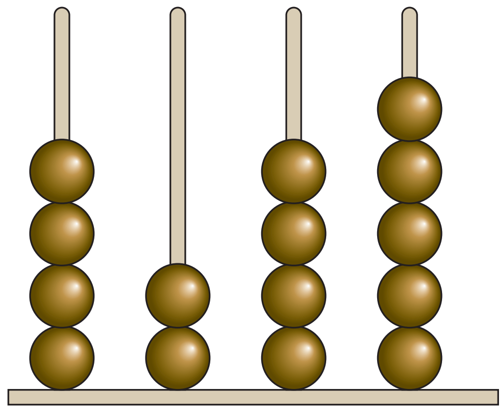
Sistema de numeração decimal: classes e ordens

A «máquina» de contar mais antiga que se conhece são os dedos. O ser humano começou por se servir dos dedos das mãos e dos pés para fazer contagens.

Depois, a necessidade de efectuar cálculos complexos levou-o a criar uma espécie de máquina – o **ábaco**, utilizado pelos chineses e egípcios. O ábaco é um antigo instrumento de cálculo formado por uma moldura com bastões ou arames paralelos. Os bastões e os arames podem estar na forma vertical ou horizontal e cada um corresponde a uma posição de ordem do sistema de **numeração decimal** (unidades, dezenas...). Ainda nos bastões ou nos arames ficam fichas ou pequenas bolinhas que funcionam como elementos de contagem, já que podem deslizar livremente.

Este objecto teve origem provavelmente na Mesopotâmia, há mais de 5500 anos. O ábaco pode ser considerado como uma extensão do acto natural de se contar pelos dedos. Emprega um processo de cálculo com **sistema decimal**. Ele é utilizado ainda hoje para ensinar às crianças as operações de somar e subtrair.

Na figura ao lado, que representa um ábaco, está registado um número. Observa com atenção.



quatro mil duzentos e quarenta e cinco

Já sabes que no sistema de numeração decimal este número se escreve: **4 2 4 5**

Repara que, na escrita deste número, surge duas vezes o algarismo 4, em duas posições.

Valor posicional de um algarismo

O algarismo referido, 4, terá o mesmo valor nas duas posições?

Claro que não! Repara:

4	**2**	**4**	**5**	
milhares	centenas	dezenas	unidades	← **ordens**

Portanto:

4	**2**	**4**	**5**
↓		↓	
quatro mil		quarenta	

Recorda

No sistema de numeração decimal cada algarismo representa um valor diferente conforme a posição – **ordem** – que ocupa na representação de um número.

Exercícios

1. Escreve, usando algarismos:
   - Doze mil e oito unidades
   - Trinta e sete dezenas de milhar
2. Escreve a leitura dos números:
   - 27 004
   - 36 102 500

Escrita e leitura de números naturais em extensão

Presta atenção ao diálogo entre o Zé e o seu pai.

Pai – Neste jornal diz-se que no mundo há, aproximadamente, cinco milhares de milhões e setenta e oito milhões de pessoas.

Zé – Que número tão grande! Tem 10 algarismos. Vou escrever um ainda maior:

1 000 000 000 000

Como se lê este número?

Pai – Lê-se **um bilião**.

Repara:

1	**000**	**000**	**000**	**000**		
biliões	milhares de milhões	milhões	milhares	unidades	⟵	**classes**

Atenção

Se um número tiver mais de 4 algarismos, deixa-se um intervalo entre as classes:
Exemplos: a) 25174 = 25 174 b) 7124356 = 7 124 356

Exercícios

1. Escreve no teu caderno a leitura dos seguintes números:
   - 0,5
   - 2,38
   - 1,49
2. Escreve com algarismos os seguintes números apresentados em extensão:
   - Trinta e quatro centésimas
   - Vinte e cinco décimas

Números decimais. Ordens e classes

Nas classes anteriores já aprendeste que um número decimal é constituído por duas partes: uma parte inteira e outra parte decimal, separadas por uma vírgula decimal.

A parte inteira é a parte que vem escrita à esquerda da vírgula decimal; a parte decimal é a parte escrita depois da vírgula decimal.

Assim, qualquer número natural é um número decimal.

Exemplo: **a)** 10,5 → parte inteira; parte decimal

b) 5 = 5,0 → parte inteira; parte decimal

Números decimais da mesma ordem

Os números decimais são da mesma ordem quando têm o mesmo número de algarismos da parte decimal.

Exemplos: 1,3; 10,5; 110,6; 5,0

Observa que não importa o número de algarismos que o número tenha na sua parte inteira.

Números decimais de ordens diferentes

Os números decimais são de ordens diferentes quando não têm o mesmo número de algarismos (dígitos) da parte decimal.

Exemplo: 1,3; 12,52; 123,2345; 5,101

Exercício

Assinala com uma cruz os números decimais da mesma ordem:

- 1,2 e 3,33 ☐
- 0,7 e 3, 5 ☐
- 135, 33 e 0,75 ☐
- 3 e 1,23 ☐
- 0,891 e 23,4 ☐
- 4,6688 e 0,0013 ☐

Os números decimais de ordens diferentes podem ser transformados na mesma ordem.

Para proceder a estas transformações, basta acrescentar-se tantos zeros necessários à direita do último algarismo da parte decimal dos números de menores ordens decimais.

Exemplos:

a) 1,2 e 12,18 ⟶ números decimais de ordem diferente

↓ ↓

1,20 e 12,18 ⟶ números decimais da mesma ordem

Observa que o número 1,2 tem uma casa decimal e o número 12,18 tem duas casas decimais. Logo, acrescentou-se um zero ao número decimal 1,2 e ficou 1,20.

b) 12,324 e 12,3 → números decimais de ordem diferente

↓ ↓

12,324 e 12,300 → números decimais da mesma ordem

Exercício

Transforma em números decimais da mesma ordem:

a) 0,34; 1,6; 1,002

b) 2,7; 3,007; 3,3301

c) 3; 1,68; 0,0001; 3,141; 2,66

d) 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; 0,00001

Atenção

É importante que saibas:

- Identificar se dois números são da mesma ordem ou não;
- Caso sejam de ordens diferentes, transformar em números decimais da mesma ordem;
- Para transformá-los, basta acrescentar os zeros necessários ao último algarismo da parte decimal dos números com menores números de algarismos decimais;
- Os aspectos anteriores ser-te-ão úteis na comparação de números decimais.

Escrita e leitura de números decimais

Aprendeste a efectuar a leitura de números decimais, recorrendo à tábua de posição. Vamos recordar como fazer a leitura do número 32,512.

Parte inteira								Parte decimal			
...	Classe dos milhares			Classe das unidades			,	ordem			
...	Centenas	Dezenas	Unidades	Centenas	Dezenas	Unidades		décimas	centésimas	milésimas	...
					3	8	,	5	1	2	

Este número pode ler-se:

Trinta e oito unidades, quinhentas e doze milésimas **ou** Trinta e oito mil quinhentas e doze milésimas.

Comparação de números inteiros

Para comparar números utilizamos os sinais de menor (<), de maior (>) ou de igual (=).

Exemplo: • 255 < 388 • 568 > 539 • 320 = 320

Lê-se:

Duzentos e cinquenta e cinco é **menor do que** trezentos e oitenta e oito.

Quinhentos e sessenta e oito é **maior do que** quinhentos e trinta e nove.

Trezentos e vinte é **igual a** trezentos e vinte.

Através da comparação dos números podemos proceder à sua ordenação, crescente ou decrescente.

Exemplo: • 35 < 56 < 78 < 255 < 388 – ordem crescente (do menor ao maior)

• 388 > 225 > 119 > 58 > 9 – ordem decrescente (do maior ao menor)

Qual dos amigos foi mais rápido? Claro que foi a Rosa: 10 < 15
Lê-se: dez é **menor do que** quinze.

Observa que te foi muito fácil responder a esta situação, por se tratar de números naturais.

Agora considera a seguinte situação:

A Rosa tem 1,60 m de altura e o Pedro, 1,58 m.

Qual deles é **mais** alto?

Trata-se de números decimais, que não são números naturais.

Como comparar estes números?

De uma forma geral, a comparação de números decimais é feita tendo em conta as classes e a ordem dos números, comparando os números da esquerda para a direita e é considerado maior o número que apresentar o maior algarismo nesta ordem.

Os números 1,60 e 1,58 possuem o algarismo da classe das unidades igual. Neste caso, vamos comparar os algarismos da mesma ordem.

Comparando os dois números segundo os algarismos da mesma ordem, da esquerda para a direita, nota-se que o 6 é maior do que o 5. Logo, 1,60 > 1,58.

R: Assim, a menina é a mais alta, ou seja, a menina é mais alta do que o menino.

Vejamos um caso em que os números decimais possuem algarismos da classe das unidades diferentes!

Exemplo:

2,34 > 1,456

Neste caso, é maior o número decimal que tiver a maior parte inteira.

Outro procedimento para comparar números decimais é compará-los como se fossem números naturais.

Este procedimento consiste no seguinte:
1.º Transformar os números decimais na mesma ordem.
2.º Ignorar a vírgula decimal destes números.
3.º Comparar os números como se fossem números naturais.

Exemplos: Comparar os seguintes números decimais:

a) 1,60 e 1,58.

Ignorada a vírgula decimal, fica: 160 e 158. Como 160 > 158, então 1,60 > 1,58.

b) 0,5 e 0,535

Não te esqueças de que 0,5 deve ser transformado em 0,500.

Ignorando a vírgula decimal, temos: 0535 e 0500, ou seja, 535 e 500 (o primeiro zero é um algarismo não significativo). Como 500 < 535, então 0,5 < 0,535.

Representação de números naturais incluindo o zero e números decimais numa semi-recta graduada

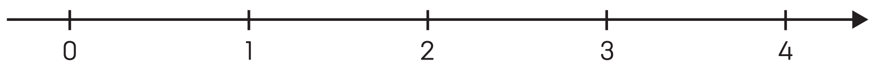
Já aprendeste a representar números inteiros não negativos e decimais na tábua de posição. Agora vais aprender a representar os mesmos números através de um outro instrumento. Trata-se de uma semi-recta graduada.

Uma **semi-recta graduada**, como já sabes, é um esquema simples em que representamos os números inteiros não negativos e decimais. Ela permite-nos perceber mais facilmente a posição desses números e também nos ajuda a compará-los.

Assim, entre dois números decimais, é maior aquele que na semi-recta graduada estiver à direita do outro.

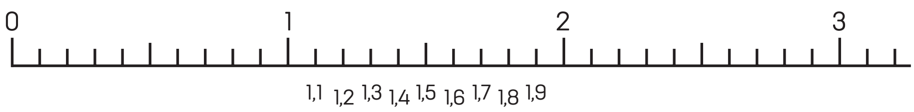
A graduação de uma semi-recta depende da necessidade da representação. Deste modo, ela pode ser graduada de 1 em 1, de 5 em 5, de 10 em 10, ou de outras formas possíveis.

Observa o exemplo:



Esta semi-recta foi graduada de 1 em 1.

É importante que saibas que a graduação também pode ser feita, tendo em conta as unidades decimais para facilitar a representação de números decimais, caso seja necessário.

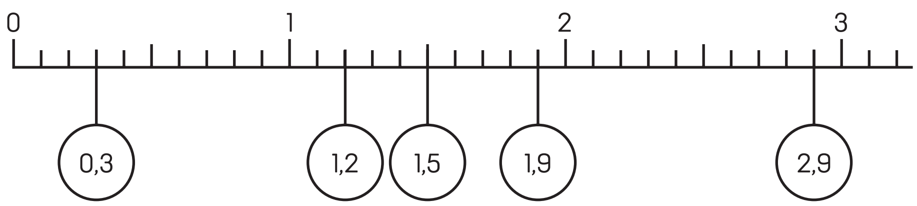


Tal como aprendeste, um número decimal tem uma parte inteira e uma parte decimal e as duas partes estão separadas por uma vírgula. A semi-recta também pode ser chamada tábua de posição decimal quando se trata de representar números com parte inteira e parte decimal. A leitura de um número decimal pode ser feita de duas maneiras:

- Ou lemos primeiro a parte inteira e depois a parte decimal.
- OU lemos o número como se fosse inteiro (sem vírgula) e dizemos a ordem a que pertence o último algarismo do número.

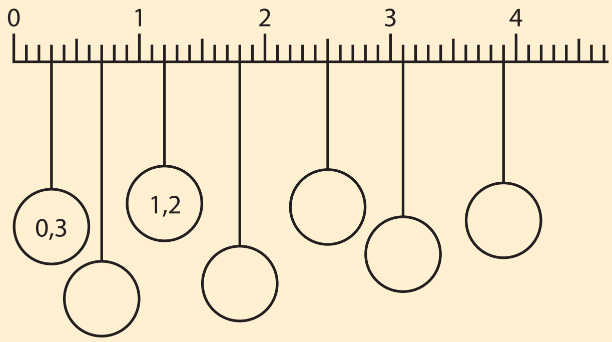
Para representar números decimais na tábua de posição decimal ou semi-recta, temos que fazer divisões mais pequenas do que a unidade (dividir a unidade em 10 para representar décimas, dividir as décimas em 10 para representar as centésimas, e assim sucessivamente.

Exemplo:



Exercícios

1. Observa a figura.



a) Preenche os espaços com os números em falta.

b) Marca os números 0,1; 3,2; 2,9; 4,3.

2. Escreve no teu caderno todas as décimas, algumas centésimas ou milésimas maiores do que 0,3 e menores do que 4.

3. Completa com o sinal de > ou de <.

a) 5,1________5,8 **c)** 3________2,9 **e)** 17 centenas________169 dezenas

b) 21,7________21,46 **d)** 0,5________1 **f)** 38 dezenas________380

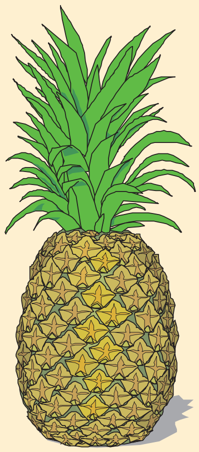
4. Escreve os números por extenso:

a) 0,6 **b)** 1,4 **c)** 2,125 **d)** 0,05

5. A altura de uma casa está compreendida entre os 3 e os 4 metros. Indica dois valores possíveis da sua altura.

6. Repara nos seguintes números decimais. Qual é o intervalo de números naturais consecutivos em que se situam?

a) 4,8 **b)** 0,7 **c)** 6,12 **d)** 2,5



7. A Teresa comprou um ananás cuja massa está compreendida entre 1,125 kg e 1,5 kg. Indica 3 massas possíveis do ananás.

8. Escreve, por ordem crescente, os seguintes números utilizando o sinal adequado entre cada número.

3,4; 3; 3,25; 3,12

9. Na casa do Zé bebe-se por dia 1,2 l de leite e na casa do Manuel bebe-se 75 cl.

Em que casa se bebe mais leite?

10. O Tomé é mais velho do que o Paulo e o João é mais velho do que o Tomé. Um tem 11 anos, outro 13 e o último 12. Descobre a idade de cada um e escreve-as por ordem crescente.

11. Uma papelaria recebeu 4580 folhas de papel quadriculado. Com esse papel vão ser feitos cadernos de 100 folhas cada um.

a) Quantos cadernos se podem fazer?

b) Quantas folhas serão precisas para fazer mais um caderno?

12. Representa:

a) O menor número de 4 algarismos.

b) O menor número de 4 algarismos diferentes.

c) O menor número de 4 algarismos diferentes em que o zero seja o algarismo das dezenas.

13. Considera o número 46 356.

a) Qual é o algarismo das centenas?

b) Quantos milhares há nesse número?

c) Quantas centenas há nesse número?

d) O algarismo 6 aparece duas vezes. Terá o mesmo valor nas duas posições? Justifica a tua resposta.

14. Como se lêem os seguintes números:

a) 9018

b) 157 143

c) 12 384 006

15. Representa, usando algarismos:

a) Trezentas e quinze centésimas.

b) Quatro unidades e vinte e duas milésimas.

c) Três mil, cento e oito décimas.

16. Considera a tabela:

Continentes	População
Europa	747 636 026
Ásia	
África	1 340 598 147
América	1 022 831 978
Oceânia	

a) Completa-a, sabendo que a população da Ásia é de quatro milhares de milhões, seiscentos e quarenta e um milhões e cinquenta e quatro mil setecentos e setenta e cinco habitantes e a população da Oceania é de quarenta e dois milhões seiscentos e sessenta e sete mil oitocentos e treze.

b) Escreve os nomes dos continentes do menos ao mais populoso.

c) Quais são os continentes que têm uma população superior a 600 milhões de habitantes?

17. Utilizando os algarismos 4, 7, 6 e 5; sem os repetir, representa:

a) O maior número possível.

b) O maior número par.

c) O menor número ímpar.

18. Um número tem 184 centenas; o algarismo das unidades é 5 e o das dezenas é 3. Qual é esse número?

2.2 Adição e subtracção de números naturais e de números decimais

Adição de números naturais e de números decimais

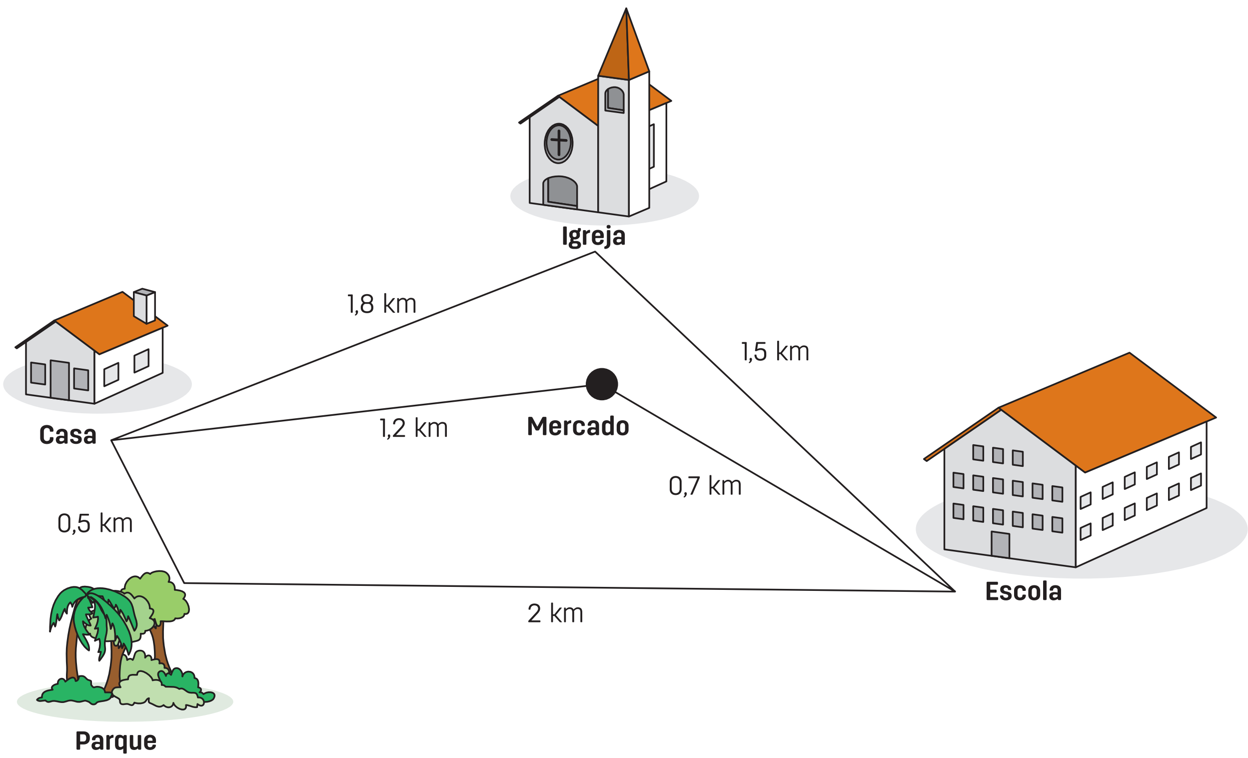
Recorda

A adição é a operação em que a um par de números, designados por parcelas, se faz corresponder um terceiro número, que se designa por soma.

A adição pode realizar-se entre dois ou mais números.

Considera a seguinte situação:

O Paulo tem vários caminhos para ir de casa à escola.



- Indica esses caminhos, completando como no exemplo.

Exemplo: Casa – Igreja – Escola → 3,3 km

Casa – __________ – __________ – __________ – km

Casa – __________ – __________ – __________ – km

O que fizeste para calcular essa distância de cada um dos caminhos?

Para calculares a distância de cada um dos caminhos, tiveste de efectuar uma **adição**.

- Então, que caminho escolheria o Paulo para chegar mais depressa à escola?

Observa que a adição que efectuaste é entre números decimais que não são naturais.

Exemplos: Calcular a soma:

a) 4,879 + 13,14. Nesta adição 4,879 e 13,14 são as parcelas.

$$\begin{array}{r} 13{,}140 \\ +\ 4{,}879 \\ \hline 18{,}019 \end{array}$$ → Acrescentamos o zero para completar casas decimais.

Logo, 4,879 + 13,14 = 18,019.

b) 2 + 1,751

$$\begin{array}{r} 2{,}000 \\ +\ 1{,}751 \\ \hline 3{,}751 \end{array}$$ → Acrescentamos 3 zeros para completar casas decimais.

Logo, 2 + 1,751 = 3,751

c) 0,3 + 1

$$\begin{array}{r} 1{,}0 \\ +\ 0{,}3 \\ \hline 1{,}3 \end{array}$$

Logo, 0,3 + 1 = 1,3

Propriedades comutativa e associativa da adição

Propriedade comutativa da adição

Completa a tabela.

+	0,5	2	4,3	7
0,5				
2				
4,3				
7				

Utilizando a tabela, completa:

- 0,5 + 2 = ____________________
- 2 + 0,5 = ____________________
- 2 + 7 = ____________________
- 7 + 2 = ____________________

Certamente percebeste que:

0,5 + 2 = 2 + 0,5 e 2 + 7 = 7 + 2

Conclusão

Podemos trocar a ordem das parcelas, o resultado (a soma) não se altera. Isso significa que a soma não depende da ordem das parcelas.
Portanto, a adição é comutativa, ou cumpre com a **propriedade comutativa**.

Propriedade associativa da adição

O Sr. Paiva é um comerciante e tem 50 sacos de fuba no seu armazém. Numa manhã, um camião descarregou mais 17 sacos.

No período de tarde, recebeu mais 23 sacos. Quantos sacos estão agora no armazém?

Para sabermos quantos sacos estão no armazém, podemos começar por somar a quantidade de sacos que já havia no armazém com a que foi descarregada na período da manhã, e depois, somar o resultado com a quantidade recebida no período de tarde:

$$(50 + 17) + 23 = 67 + 23 = 90$$

Mas, podemos também começar por somar a quantidade de sacos recebidos no período da manhã com os recebidos no período da tarde e, depois somar com a quantidade de sacos que já havia no armazém. No final obtemos o mesmo resultado, ou seja:

$$(17 + 23) + 50 = 40 + 50 = 90$$

Nota: Esta é a **propriedade associativa de adição**. Nesta propriedade não se verifica a troca das parcelas, mas o agrupamento delas de diferentes formas, ou seja, adiciona-se as parcelas de diferentes formas e o resultado não se altera.

Completa, usando a propriedade que acabaste de estudar:

a) (25 + 18) + 2= _______+ _______ = _______ ; 25 + (18 + 2) = _______+ _______ = _______ ;

b) (16+3,5) + 0,5) = _______+ _______ = _______ ; 6 + (3,5 + 0,5) = _______+ _______ = _______ ;

Depois de teres completado o exercício, a que conclusão chegaste?

Atenção
Podemos adicionar as parcelas agrupando-as de formas diferentes, mas o resultado não se altera.
Dizemos, por isso, que a adição tem a **propriedade associativa**.

A adição tem **elemento neutro** 0, pois para qualquer número "a", a + 0 = 0 + a = a

Exemplos: 3 + 0 = 0 + 3 = 3; 3,5 + 0 = 0 + 3,5 = 3,5 ; 23,34 + 0 = 0 + 23,34 = 23,34

Atenção
- Comutativa: a + b = b + a
- Associativa: (a + b) + c = a + (b + c)
- Elemento neutro: a + 0 = 0 + a = a

Propriedades da adição

As propriedades que acabaste de estudar são importantes para simplificar os cálculos. Vamos ver:

Exemplo: Calcula as seguintes somas:

a) 4 + 23.

Recorda
- Na operação armada da adição não é obrigatório colocar a maior parcela em cima.
- Entre somar 23 a 4, começando a contar de 4 e somar 4 a 23, começando a contar de 23, é mais fácil e mais adequado somar 4 a 23, começando a contar de 23.
- Para tal temos que usar a propriedade comutativa, começar em 23 e contar para frente 4 ou seja 24, 25, 26, 27.

Logo: 4 + 23 = 23 + 4 = 27

b) Calcular 3,5 + 10,3, é mais adequado inverter a ordem e calcular 10,3 + 3,5.

c) Para calcular 25 + (25 + 16), facilita fazer (25 + 25) + 16, pois 25 mais 25 é 50 e é fácil depois adicionar 50 com 16, ou seja, 25 + (25 + 16) = (25 + 25) + 16 = 50 + 16 = 66.

Também podemos aplicar simultaneamente as duas propriedades.

Exemplos:

a) Calcular 3,5 + 20 + 2,5. Neste caso, é conveniente, primeiro comutar, depois associar, ou seja, 3,5 + 20 + 2,5 = 3,5 + 2,5 + 20 = (3,5 + 2,5) + 20 = 6 + 20 = 26.

b) Calcular 12 + 37 + 7 + 3. É mais fácil primeiro comutar, depois fazer duas associações, ou seja, 12 + 37 + 7 + 3 = 12 + 3 + 37 + 3 = (12 + 3) + (37 + 3) = 15 + 40 = 55.

Quadrado mágico

O quadrado mágico é uma espécie de um jogo de cálculo com adição cuja regra é a seguinte:

- Monta-se um quadrado cujo número de linhas é igual ao número de colunas.
- No quadrado são apresentados apenas alguns números, com o objectivo de preencher os espaços vazios com outros números, sem repetição.

- O preenchimento deve obedecer à regra de que a soma dos números da mesma coluna, linha e diagonal deve ser igual.

Num quadrado mágico, os números não se repetem e a soma dos números de cada linha, de cada coluna e de cada diagonal é a mesma – «soma mágica».

Exemplo:

5	0	7
6	4	2
1	8	3

Verifica que este quadrado é mágico:

linhas	**colunas**	**diagonal**
5 + 0 + 7 = 12	5 + 6 + 1 = 12	5 + 4 + 3 = 12
6 + _____+ _____ = _____	0 + _____ + _____ = _____	7 + _____ + _____ = _____
_____ + _____ + _____ = _____	_____ + _____ + _____ = _____	

Exercícios

1. Completa as tabelas seguintes de modo a serem quadrados mágicos:

13	7	1
		8

12	7		6
		16	3
	11		10
		4	15

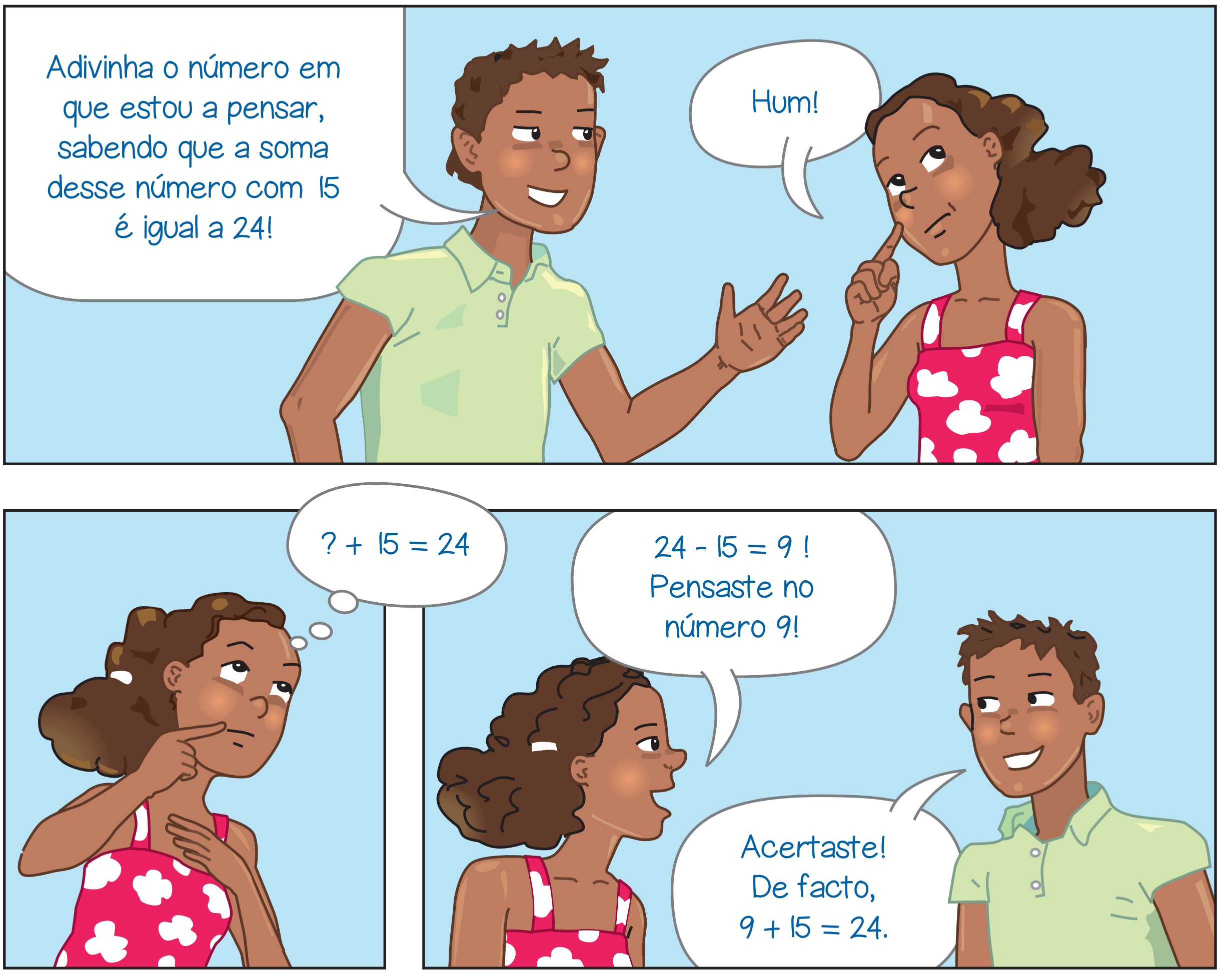
2. Calcula, aplicando propriedades da adição.

- 17 + 38 + 2
- 35 + 90 + 10 + 5
- 270 + 40 + 30 + 360
- 293 + 900 + 7 + 100
- 19,5 + 26 + 0,5
- 2,5 + 7,4 + 1,5 + 0,6
- 996 + 99 + 101 + 4
- 1192 + 25 + 75 + 8

3. Encontra os números que faltam, usando as propriedades da adição. Depois, calcula o valor da soma.

- 67 + ? = ? + 67 = 70
- 15 + (25 + 75) = (? + ?) + 75
- (321 + 405) + 30 = ? + (405 + ?)
- ? + (15 + 5) = (15 + 5) + 8

Subtracção de números naturais e de números decimais



9 é a **diferença** entre 24 e 15.

Exemplo:

A senhora Luísa foi ao mercado comprar um mamão e algumas bananas.

- Quando chegou a casa quis dizer quanto tinha custado o mamão, mas já não se lembrava. Sabia, no entanto, que ao todo pagara kz 3000,00 e que as bananas lhe tinham custado kz 2000,00.
- Quanto terá pago a senhora Luísa pelo mamão?

Repara:

2000 + ? = 3000

3000 – 2000 = ____________________

Para descobrires o preço do mamão, utilizaste a operação **subtracção**.

> **Recorda**
>
> $$\begin{array}{rl} 3000 & \text{diminuendo} \\ -\ 2000 & \text{diminuidor} \\ \hline 1000 & \text{diferença} \end{array}$$

Mas afinal o que é subtracção?

> **Recorda**
>
> A subtracção é a operação em que a um par de números, o diminuendo e o diminuidor, faz corresponder um terceiro número, que se designa por diferença.

Observa que te foi fácil resolver o anterior problema por se tratar de uma subtracção entre dois números naturais.

Ainda te lembras como se efectua a subtracção entre dois números?

Como já aprendeste nas classes anteriores, existem dois algoritmos para a subtracção: sem transporte (sem empréstimo) e com transporte (com empréstimo)

Subtracção sem transporte

A subtracção sem transporte é aquela em que se retira um algarismo de um outro maior que ele. Neste caso, todos os algarismos do diminuendo são maiores que os do diminuidor.

Exemplos:

a)

$$\begin{array}{rrrr} & 2 & 3, & 4 \\ + & & 1, & 3 \\ \hline & 2 & 2, & 1 \end{array}$$

(4 menos 3; 3 menos 1; 2 menos 0)

Portanto, 23,4 - 1,3 = 22,1

b)

$$\begin{array}{rrrr} & 3 & 4, & 45 \\ - & 1 & 1, & 20 \\ \hline & 2 & 3, & 25 \end{array}$$

Portanto, 34,45 - 11,2 = 22,25

Subtracção com transporte

a) 2,45 - 1,68

$$\begin{array}{rrrr} & 2, & 4 & 3 \\ - & 1, & 6 & 8 \\ \hline \end{array}$$

→ 3 menos 8 não é possível em N_0, então transporta-se 1 unidade para as 3 décimas e ficam 1 unidade e 13 décimas.

$$\begin{array}{rrrr} & 2, & 3 & 13 \\ - & 1, & 6 & 8 \\ \hline & & & 5 \end{array}$$

→ 3 menos 6 não é possível em N_0, então transporta-se a 1. 1 unidade para as 3 décimas e ficam 1 unidade e 13 décimas.

$$\begin{array}{rrrr} & 1, & 13 & 13 \\ - & 1, & 6 & 8 \\ \hline & 0, & 7 & 5 \end{array}$$

Portanto, 2,45 - 1,68 = 0,75

Tenta completar a tabela, subtraindo os números em linha e em coluna.

−	1	2,5	3	8
1				
2,5				
3				
8				

A que conclusões chegaste?

Vamos calcular as diferenças contidas na tabela:

a) 2,5 – 1 = 1,5; **b)** 2,5 – 2,5 = 0; **c)** 2,5 – 3. Não é possível em N_0

Vamos agora comutar a ordem do diminuendo e do diminuidor para calcular a diferença.

a) 1 – 2,5. Não é possível em N_0; **b)** 2,5 – 2,5 = 0; **c)** 3 – 2,5 = 0,5

Com os exemplos das alíneas a) e c), nota-se que trocando a ordem do diminuendo e do diminuidor nem sempre é possível calcular o valor da diferença, e se fosse possível, os resultados seriam diferentes. Então, podemos dizer que a subtracção não é comutativa.

- Comparando o diminuendo com o diminuidor, nos casos em que conseguiste calcular a diferença, o que verificas?

De facto, só quando o diminuendo é maior ou igual ao diminuidor é possível calcular a diferença em N_0

Recorda

Na subtracção a - b:

- a - b, representa a diferença entre de a e b
- a é o diminuendo
- b é o diminuidor

Adição e subtracção como operações inversas. Identidade fundamental da subtracção

Observa:

a) $\underbrace{12}_{\text{parcela}} + \underbrace{8}_{\text{parcela}} = \underbrace{20}_{\text{resultado da soma}}$;   20 – 12 = 8;   20 – 8 = 12

b) 3,5 + 4 = 7,5;   7,5 – 3,5 = 4;   7,5 – 4 = 3,5

Observa que cada uma das parcelas é igual à diferença entre o resultado da soma e uma das parcelas.

A subtracção é a operação que permite determinar uma parcela, conhecida, a soma e a outra parcela.

Por isso se diz que a **subtracção é a operação inversa da adição**.

- Descobre os números que faltam:

a) 240 + ______ = 350   b) ______ + 1,8 = 12

- Completa a tabela:

Aditivo	Subtractivo	Diferença	Subtractivo + Diferença
14	9		
7	5,4		
21,8	16		
45,9	3,25		

Comparando a 1.ª e a 4.ª colunas, o que verificas?

O diminuendo é igual à soma do diminuidor com a diferença.
Esta é a identidade fundamental da subtracção.

Exercícios

1. Descobre o número que falta:

______________ – 105 = 62

______________ – 24,6 = 0,12

2. A diferença entre dois números é 234,5.

   - Sabendo que o diminuidor é 68, qual é o diminuendo?

Exercícios

1. Completa a tabela, se possível:

−	5	3	28
8			
17,5			
	23		

2. A Ema pensou num número, adicionou-lhe 584 e obteve 1008.

Em que número pensou a Ema?

3. Completa, fazendo cálculo mental:

a) 124,6 + 45,2 = 169,8

b) 169,8 – 124,6 = ________________

c) 169,8 – 45,2 = ________________

4. Calcula:

a) 218 – 35,9

b) 17,54 – 9,835

5. Substitui os pontos pelos algarismos convenientes:

a)
$$\begin{array}{rccc} & .. & 3 & .. \\ - & 2 & .. & 4 \\ \hline & 2 & 8 & 3 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rccc} & 4 & 8 & .. \\ - & .. & 6 & 4 \\ \hline & 1 & .. & 9 \end{array}$$

6. Indica, por estimativa, qual dos números é o valor da diferença 6718 – 1235.

a) 6483 **b)** 60 483 **c)** 5483 **d)** 483

Verifica, agora, efectuando os cálculos.

7. Entre as estimativas dadas para cada diferença, escolhe a que achares melhor.

a) 483 – 185: 200 / 300 / 400

b) 18,8 – 8: 9 / 10 / 11

8. Atendendo à sua ordem de grandeza, coloca por ordem crescente:

a) 14 000 – 150 **b)** 15 200 – 30 **c)** 3185 – 120

9. Indica o maior número inteiro que verifica a relação.

$\_\_\_\_\_\_\_\_ - 7 < 4$

10. A diferença entre dois números é 128,5. Sabendo que o maior é 47 dezenas, qual é o menor?

11. Numa subtracção, o diminuidor é o maior número natural de dois algarismos e a diferença é o menor número natural de dois algarismos. Calcula o diminuendo.

12. Escreve as expressões numéricas que traduzem:

a) A diferença entre quarenta e quinze.

b) A diferença entre três dezenas e dezoito décimas.

13. Em 1991, a Ana tinha 10 anos, a mãe 29 e o pai 31 anos.

a) Que idade tinham os pais da Ana quando ela nasceu?

b) Quando a mãe tiver 35 anos, que idade terá a Ana?

14. A mãe da Márcia foi às compras e tomou nota das despesas:

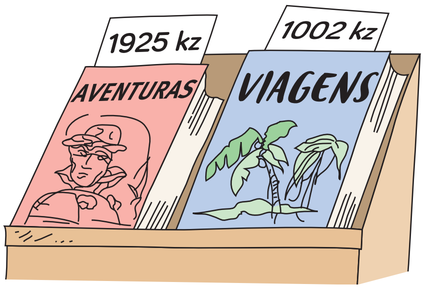
Bananas	kz 2000,00
Feijão	kz 1000,00
Tomate	kz 1000,00
Batata	kz 2000,00
Gindungo	kz 1500,00

- Chegarão kz 40 000,00 para pagar tudo o que ela comprou?

Estimativas de somas e sequências

No nosso dia-a-dia, muitas vezes é importante ter uma ideia sobre o valor de uma dada grandeza e, algumas vezes, faz-se isso por **estimativa** da soma.

O João gosta muito de ler. Com o dinheiro que recebeu no dia do seu aniversário foi comprar dois livros. Presta atenção ao diálogo.



João – Quanto é?

Empregado – São kz 3927,00.

João – Deve haver um engano! As «Aventuras» custam perto de kz 2000,00 e as «Viagens» cerca de kz 1000,00. Logo, os dois livros devem custar à volta de kz 3000,00!

- Calcula exactamente o preço dos livros.
- Quanto é que o João perdia se não tivesse feito a estimativa?

Exercícios

1. A Amélia disse que a soma 215 + 382 era igual a 697.

a) Estima o valor da soma.

b) Pensas que a Amélia fez bem a conta?

c) Calcula agora a soma e verifica se a tua estimativa foi boa.

2. Considera a soma 4017 + 25130 + 71205.

Indica, por estimativa, qual dos números (30 000, 90 000 ou 100 000) mais se aproxima do valor dessa soma.

Exercícios

1. Calcula:

a) 59 997 + 1003

b) 8573 + 197

c) 9,6 + 0,4

d) 14,8 + 5,36

e) 1,8 + 1,9

f) 12 + 0,125

2. Substitui os pontos pelos algarismos convenientes.

a)

$$\begin{array}{ccccc} & 5 & 3 & 8 & .. \\ + & .. & 5 & .. & 7 \\ \hline .. & 4 & .. & 1 & 9 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{cccccc} & 2 & .. & 8, & 1 & 9 \\ + & & 3 & 6, & .. & 2 \\ \hline & .. & 9 & .., & 9 & 1 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{ccccc} & 6 & .. & 2 & 4 \\ & 2 & 6 & .. & 8 \\ \hline + & 1 & 3 & 9 & .. \\ \hline & .. & 5 & 3 & 2 \end{array}$$

3. Calcula mentalmente:

a) 18 + 9

b) 25 + 9

c) 42 + 9

d) 15 + 99

e) 41 + 99

f) 36 + 99

4. Considera a soma 3542 + 21 315.

- Atendendo à sua ordem de grandeza, indica qual dos números é o valor da soma.

a) 74 857

b) 2587

c) 2547

d) 24 857

Verifica a tua resposta calculando, agora, o valor da soma.

5. Procura, mentalmente, um valor aproximado de:

a) 304 + 197

b) 20,09 + 7,95

c) 398 + 205

d) 19,8 + 50,3

6. Completa de modo a obteres afirmações verdadeiras e indica, em cada caso, a propriedade aplicada.

a) 4 + ______________ = 216 + ______________

b) (23 + 19,2) + 0,8 = ______________ + (19,2 + 0,8)

c) 5 + (49 + 1) = (49 + 1) + ______________

d) 7,5 + 18 + 0,5 = 18 + ______________ + 0,5

7. Calcula, utilizando propriedades da adição:

a) 191 + 42,7 + 0,3 + 9

b) 0,25 + 3 + 4,5 + 1,75

8. O Henrique e a Geny foram com a mãe comprar sapatos. Os sapatos do Henrique custaram kz 5000,00 e os da Geny custaram mais kz 3000,00 do que os do Henrique.

- Ao todo, quanto pagou a mãe pelos sapatos dos dois?

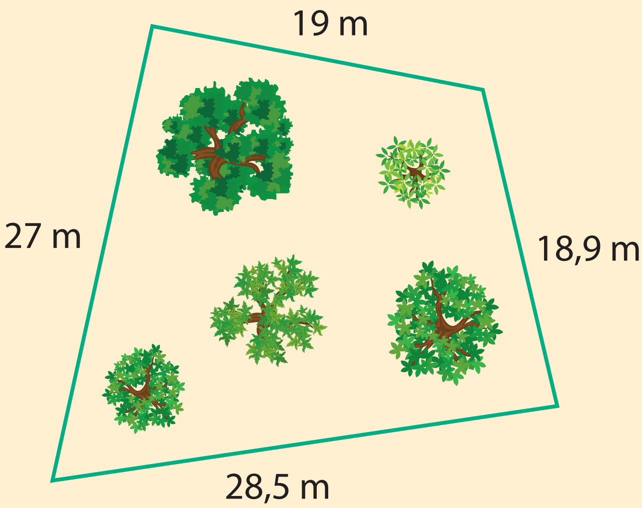
9. A soma de dois números ímpares é um número par ou ímpar?

- E a soma de dois números pares?

10. A soma de um número par com um número ímpar é par ou ímpar? Sempre?

11. O Sr. Fernandes quer vedar com rede o terreno representado na figura.

- Estima o comprimento da rede que o Sr. Fernandes precisa de comprar.



Expressões numéricas

Aprendeste a determinar a soma e a diferença entre dois ou mais números naturais incluindo o zero e números decimais. Existem situações em que estas duas operações aparecem combinadas, com ou sem parênteses. Este tipo de expressões chama-se **expressões numéricas**.

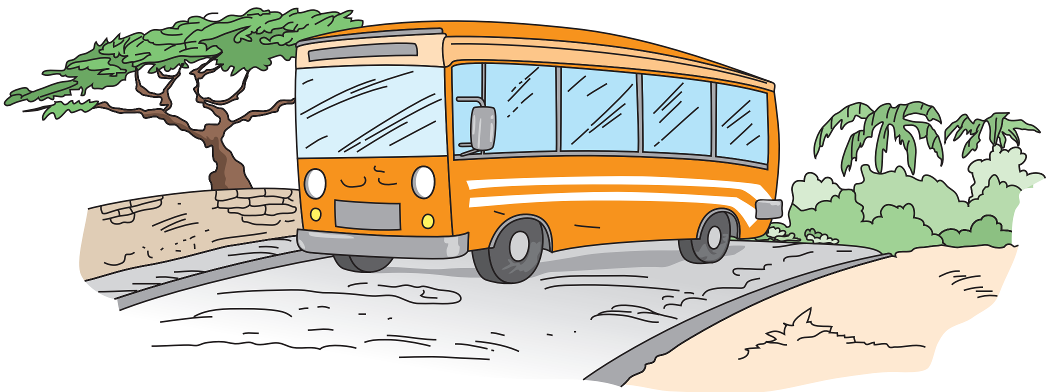
Uma expressão numérica representa um número.

Para calcular o valor de uma expressão numérica com adições e subtracções, efectuam-se os cálculos respeitando a ordem das operações, isto é, da esquerda para a direita. Mas quando aparece parênteses, tem prioridade a operação que está entre parênteses e em seguida obedece-se à ordem das operações.

Exemplo: 80 – 15 + 22 = 65 + 22= 87

Para calcular o valor de uma expressão numérica com parênteses, efectuam-se primeiro os cálculos entre parênteses.

Exemplo: 90 – (13 + 12) + 10 = 90 – 25 + 10
= 65 + 10
= 75



Um autocarro partiu do Ramiro para a Samba com 30 pessoas. No Futungo saíram 22 pessoas e entraram 5.

O autocarro seguiu então, sem parar, até à Samba.

O que representa a **expressão numérica** 30 – 22 + 5?

Claro que representa o número de pessoas que foram no autocarro e chegaram à Samba. E quantas foram, afinal?

Do Ramiro partiram 30 pessoas e no Futungo saíram 22. Ficaram no autocarro 8 pessoas (30 – 22 = 8); mas como aí entraram 5, seguiram para a Samba 13 pessoas (5 + 8 = 13).

Então, podemos escrever: (30 – 22) + 5 = 8 + 5 = 13

Repara:

Efectuámos os cálculos pela ordem em que aparecem – processo normal de cálculo.

- Escreve a expressão numérica que traduz o número de páginas que a Elsa já leu.

Ainda lhe falta muito para acabar de ler o livro?

A expressão 130 – (18 + 23) representa o número de páginas que a Elsa ainda tem para ler.

- Calcula o valor numérico desta expressão.

  130 – (18 + 23)

  Então, à Elsa, ainda falta ler ____________ páginas.

Recorda

- Numa expressão em que há parênteses, os cálculos indicados dentro de parênteses têm ser efectuados em primeiro lugar.
- Numa expressão em que há apenas somas e diferenças, efectuam-se os cálculos pela ordem em que aparecem.

Exercícios

1. Calcula o valor das seguintes expressões:

- 35 – (12 + 8) =
- (16,5 – 4) – (7 + 1,2) =
- 28 – 17,5 – 10,5 – 8 =

2. A Joana comprou bananas e pão, tendo pago com uma nota de kz 1000,00. As bananas custaram kz 200,00 e o pão kz 250,00. Escreve uma expressão numérica que represente o troco que a Joana recebeu e calcula esse valor.

3. O António comprou um lápis por kz 15,00 e um caderno por kz 350,00, tendo pago com uma nota de kz 1000,00.

a) Qual das expressões seguintes representam a quantia que o António recebeu de troco?

- 100 – 15 + 50
- 100 – (15 + 50)
- 100 – 15 – 50

b) Calcula essa quantia.

4. O Luís, a Rosa e o João são irmãos.
O Luís tem kz 5000,00. O João tem menos kz 1500,00 do que o Luís.
Diz o que representa cada uma das expressões numéricas:

- 5000 – 1500
- 5000 + 3300
- 3300 + 1500

5. Dados dois números: (9 + 8) e (25 – 6)

Escreve as expressões que representam:

a) A soma dos dois números.

b) A diferença entre o segundo e o primeiro.

6. Escreve no teu caderno expressões numéricas que representem:

a) A diferença entre vinte e seis décimas e cinco centésimas.

b) A diferença entre três unidades e a soma de duas unidades com oito décimas.

7. Na turma da Natália há 35 alunos com idades dos 10 aos 12 anos. Há 8 alunos com 10 anos e 14 alunos com 11 anos.

a) Escreve uma expressão que represente o número de alunos da turma da Natália que têm 12 anos.

b) Quantos alunos têm 12 anos?

8. Calcula o valor numérico das seguintes expressões:

a) 35 – 9 – 8 – 4

b) 12,5 + 8,25 – 15

c) 1 – (1,4 – 0,5)

d) 15 – 6 + 1 = 8

e) 15 – 61 + = 10

f) 50 – (26 + 12) – 4 + 7

g) 35 + 40 – (25 – 14 – 8)

h) 17 – 5 + 2 + 4 = 6

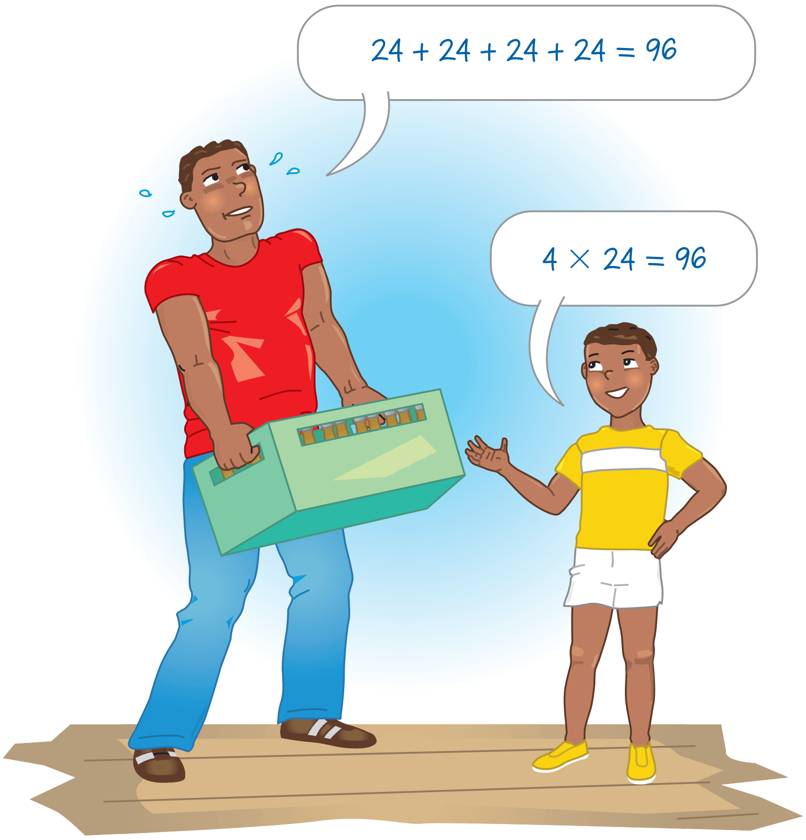
i) 17 – 5 + 2 + 4 = 14

j) 17 – 5 + 2 + 4

2.3 Multiplicação e divisão de números naturais e de números decimais

Multiplicação de números naturais e de números decimais

O Sr. Palma vendeu hoje 4 grades de gasosa. Cada grade leva 24 garrafas. Quantas garrafas de gasosa vendeu, ao todo?



O Sr. Palma e o Zeca seguiram processos de cálculo diferentes para encontrarem o resultado. Estarão correctos os dois processos?

Claro que sim! O Sr. Palma resolveu o problema utilizando a operação de **adição**.

O Zeca resolveu o problema utilizando a operação de **multiplicação**.

Na multiplicação $4 \times 24 = 96$, os números 4 e 24 são os **factores** e o número 96 é o **produto**.

Então, como definir a operação de multiplicação?

Recorda
A multiplicação é a operação em que a um par de números, designados por factores, faz-se corresponder um terceiro número, que se designa por produto.

Completa:

2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = ____________ × 2 = ____________

9 + 9 + 9 + 9 + 9 = ____________ × ____________ = ____________

Substitui cada ponto pelo algarismo conveniente.

$$\begin{array}{rrr} & 5 & . \\ \times & & 6 \\ \hline . & 4 & 8 \end{array}$$

Tens estado a recordar a multiplicação de números inteiros. Mas já aprendeste, também, a **multiplicar** números decimais.

Exemplos:

a) 2,5 × 93 = 232,5

$$\begin{array}{rrrr} & & 9 & 3 \\ & & 2, & 5 \\ \hline & 4 & 6 & 5 \\ 1 & 8 & 6 & \\ \hline 2 & 3 & 2, & 5 \end{array}$$

b) 4,6 × 0,73 = 3,358

$$\begin{array}{rrrr} & 0, & 7 & 3 \\ & & 4, & 6 \\ \hline & 4 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 2 & \\ \hline 3, & 3 & 5 & 8 \end{array}$$

Como podes observar, o procedimento é o mesmo usado para multiplicar números naturais com mais de um algarismo.

Recorda

Na multiplicação de números decimais deves:
1.º Multiplicar os números como se fossem números naturais;
2.º O produto terá tantas casas decimais quantas as dos dois factores, contadas da direita para a esquerda, ou seja, o número de casas decimais do produto é igual à soma do número de casas decimais que têm os dois factores.

Atenção

Na operação armada, não é necessário colocar os números decimais na mesma ordem.
Basta colocá-los um por debaixo de outro, sem ter em consideração a vírgula decimal.
A vírgula decimal não deve aparecer nos produtos parciais, mas aparecer no produto final.

Exercícios

1. Efectua as seguintes operações:

- $5{,}8 \times 3{,}6 =$
- $15{,}4 \times 7 =$
- $8{,}5 \times 3{,}4 =$
- $10{,}5 \times 3 =$
- $4{,}2 \times 1{,}5 =$
- $12{,}3 \times 6 =$
- $5{,}4 \times 2{,}3 =$
- $11{,}6 \times 5 =$

2. A D. Rita vende caixas de novelos de linha para fazer renda. Cada caixa tem 6 novelos.

Completa a tabela:

Número de caixas	Número de novelos
______	$0 \times 6 = 0$
1	$1 \times 6 =$ ______
2	______ $\times 6 =$ ______
3	______ $\times 6 =$ ______
4	______ $\times 6 =$ ______
5	______ $\times 6 =$ ______

- Quantos novelos há em 8 caixas?

Múltiplos de um número

Repara que os números 0, 6, 12, 18 24, 30 e 48 resultaram da multiplicação de vários números por 6. Nesse caso, esses números são chamados **múltiplos de 6**.
Os múltiplos de um número natural obtêm-se multiplicando esse número por 0, 1, 2, 3, 4, ...

Propriedades comutativa, associativa e distributiva da multiplicação

Completa a tabela seguinte:

Depois de analisares a tabela, diz se a multiplicação de números inteiros e números decimais é ou não **comutativa**.

×	0,3	2	2,5	4
0,3	0,09			
2				
2,5		5	6,25	
4				

Observa a tabela acima e verifica se a igualdade é verdadeira ou falsa:

- 2 × 4 = 4 × 2 ________
- 0,3 × 2 = 2 × 0,3 ________
- 0,3 × 2,5 = 2,5 × 0,3 ________

O que significa isto, quanto à propriedade comutativa?

Já sabes que, na multiplicação, o produto não depende da ordem dos factores. Dizemos assim que a multiplicação tem a **propriedade comutativa**.

- Completa a tabela:

a	b	c	a × b	(a × b) × c *	b × c	a × (b × c) *
8	6	5				
0,3	1,5	2				
1,7	4	0,5				

E o que dizer da propriedade associativa na multiplicação?

- Na tabela acima, compara as colunas assinaladas com *. O que verificaste?
- (8 × 6) = 6 × 5 = 8 × (6 × 5)
- (0,3 × 1,5) × 2 = 0,3 × (1,5 × 2)
- (1,7 × 4) × 0,5 = 1,7 × (4 × 0,5)

Então a multiplicação tem a **propriedade associativa**.

O produto pode ser calculado aplicando as propriedades da multiplicação.

Presta atenção ao exemplo e completa:

- 21 × 5 × 3 × 2 = (21 × 3) × (5 × 2)
  = ____________ × ____________
  = ____________
- 4 × 8 × 2,5 × 5 = (4 × ____________) × (8 × ____________)
  = ____________ × ____________
  = ____________

Exercício

Calcula, aplicando propriedades da multiplicação:

- $4{,}18 \times 2 \times 50$
- $0{,}1 \times 3{,}6 \times 10$
- $25 \times 0{,}3 \times 4$
- $5 \times 0{,}25 \times 2 \times 4$

A multiplicação tem um elemento neutro 1, pois para qualquer número natural ou decimal "a", cumpre-se: $a \times 1 = 1 \times a = a$

A multiplicação tem um elemento absorvente 0, pois para qualquer número natural ou decimal "a", cumpre-se: $a \times 0 = 0 \times a = 0$

A multiplicação também é distributiva em relação à adição e à subtracção.

Propriedades da multiplicação

- Comutativa: $a \times b = b \times a$
- Associativa: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- Elemento neutro: $a \times 1 = 1 \times a = a$
- Elemento absorvente: $0 \times a = 0 \times a = 0$
- Distributiva: $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$
  $a \times (b - c) = a \times b - a \times c \ (b \geq c)$

Assim como na adição, conhecer as propriedades da multiplicação é importante, porque permite efectuar os cálculos de modo mais simples e rápido. Também permite compreender as diferentes representações dos números. Observa alguns exemplos.

Calcula os seguintes produtos:

a) 15×2. Aplicando a propriedade comutativa, teremos:
$15 \times 2 = 2 \times 15$, o que permite compreender que o seu produto é igual ao dobro de 15, ou seja, $15 \times 2 = 2 \times 15 = 30$.

b) $(12 \times 25) \times 4$. É mais difícil multiplicar primeiro 12×25. Mas se aplicarmos a propriedade associativa, teremos:
$(12 \times 25) \times 4 = 12 \times (25 \times 4)$.
Uma vez que é mais fácil calcular o produto de $25 \times 4 = 4 \times 25 = 100$, torna-se também mais fácil calcular o produto de $12 \times 100 = 1200$.

c) $3{,}5 \times 2{,}46 \times 0$. Como o zero é o elemento absorvente da multiplicação, por mais que seja um produto de muitos factores, o seu produto é sempre igual a 0.
Assim, $3{,}5 \times 2{,}46 \times 0 = 0$.

d) $3{,}5 \times 1 \times 2$. Como 1 é o elemento neutro da multiplicação, basta multiplicar, $3{,}5 \times 2 = 7$.
Assim, $3{,}5 \times 1 \times 2 = 7$.

e) 25×14. É mais moroso efectuar esta multiplicação tal como está, mas impossível não. Agora vejamos: sabemos que $14 = 10 + 4$. Assim, utilizando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição teremos:
$25 \times 14 = 25 \times (10 + 4) = 25 \times 10 + 25 \times 4 = 250 + 100 = 350$. Vês a facilidade com que se calculou!

Noção de potência

Observa a figura. O Beto foi ao quadro fazer uma operação. Lê o que ele descobriu e o que o professor comentou.

Professor – É verdade! E tu vais aprender a representá-los de forma abreviada.

- **5** é a base (factor que se repete).
- **6** é o expoente (número de vezes que o factor se repete).

Exemplo: $5^6 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

De igual modo:

Base → $\boxed{5^6}$ ← Expoente

A **potência** de um número natural é um produto de **n** factores iguais a esse número. Ao número natural dado chama-se **base**. Chama--se **expoente** ao número que indica o número de vezes que a base aparece como factor.

Exercícios

1. Completa no teu caderno, de acordo com o exemplo:

$4 \times 4 \times 4$	4^3	quatro ao cubo
$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$		
$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$		dois à quinta
	5^2	cinco ao quadrado
$0{,}1 \times 0{,}1 \times 0{,}1 \times 0{,}1$		

2. Calcula:

- 2^4
- 5^3
- 10^3
- $0{,}2^3$

3. Escreve sob a forma de produto de dois factores.

a) 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5

b) 3,7 + 3,7 + 3,7 + 3,7

c) 8 + 8 + 8

4. Escreve os algarismos que faltam.

$$\begin{array}{cccc} & 8 & . & 4 \\ \times & & & 6 \\ \hline . & . & 0 & . \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & . & 4 & 2 \\ \times & & . & 5 \\ \hline & 7 & . & . \\ & . & . & 4 \\ \hline . & . & . & . \end{array}$$

5. Sabendo que 238 x 54 = 12 852, completa:

a) 23,8 × 54 = ______________

b) 2,38 × 54 = ______________

c) 2,38 × 5,4 = ______________

d) 2,38 × 0,54 = ______________

6. Quais destes números, 12, 18, 22 e 36, são múltiplos de 4?

7. Calcula os múltiplos de 9 maiores que 40 e menores que 70.

8. Completa as expressões seguintes escrevendo, em cada caso, o maior número inteiro possível:

a) 19 > 3 × ______________

b) 43 > 7 × ______________

c) 8 × ______________ < 60

d) 9 × ______________ < 70

9. Calcula o valor de cada um dos produtos.

a) 99 × 4

b) 29 × 21

c) 5,8 × 9,9

d) 4087 × 0,9

e) 7,05 × 3,1

f) 69 × 1,98

10. Escreve por ordem crescente as operações:

a) 6 × 12

b) 12 × 8

c) 4 × 10

d) 4 × 12

11. Calcula:

a) 7 × 10

b) 6,23 × 100

c) 100 × 85

d) 10 × 0,72

e) 24 × 1000

f) 1000 × 1,25

12. No teu caderno, completa a tabela:

$\times$	0,1	0,01	0,001
7			
45			
618			
0,2			
12,75			

13. Utilizando propriedades da multiplicação, calcula os produtos:

a) $6 \times 5 \times 2$

b) $20 \times 20 \times 5 \times 5$

c) $2{,}8 \times 4 \times 2{,}5$

d) $25 \times 79 \times 4$

e) $0{,}1 \times 38 \times 10$

f) $40 \times 0{,}01 \times 3 \times 100$

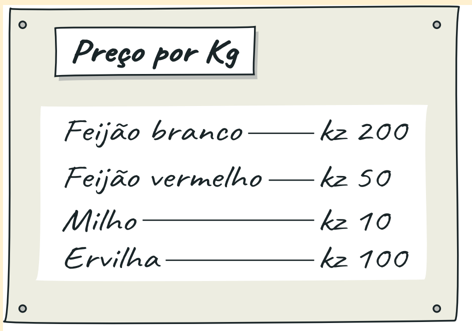
14. Escreve sob a forma de potência:

a) $7 \times 7 \times 7 =$

b) $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 =$

15. Os pais da Isabel e do José compraram 4 cadeiras, a kz 175,00 cada, e uma mesa, por kz 2500,00. Quanto gastaram?

16. A senhora Luísa foi ao mercado e comprou 3,5 kg de milho, 2 kg de feijão vermelho e 0,5 kg de ervilhas. Calcula a despesa feita pela senhora Luísa, tendo em conta os preços por Kg apresentados na tabela seguinte:



17. A mãe do Agostinho quer comprar tecido para fazer 3 lençóis, sendo que cada lençol irá ter 2,75 m de comprimento.

a) Que quantidade de tecido precisa de comprar a mãe do Agostinho?

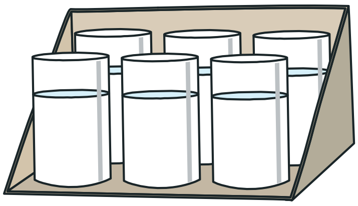
b) Sabendo que cada metro de tecido custa kz 3500,00, quanto terá de pagar pelo tecido dos 3 lençóis?

Divisão de números naturais e de números decimais

Recorda

A divisão é a operação em que a um par ordenado de números, dividendo e divisor, com o divisor diferente de zero, faz corresponder um número, o quociente, cujo produto deste pelo divisor é o dividendo.

Presta atenção a esta situação: o Sr. João recebeu uma encomenda de 90 copos, em caixas que contêm 6 copos cada.



- Quantas caixas terá recebido?

Para resolver o problema, certamente utilizaste a operação **divisão**.

90 : 6 = 15

90 é o dividendo
6 é o divisor
15 é o quociente
0 é o resto

dividendo divisor

$$\begin{array}{r|l} 90 & 6 \\ \hline 30 & 15 \\ 0 & \end{array}$$

resto 0, quociente 15

dividendo divisor

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \hline r & q \end{array}$$

resto r, q quociente

Nota

Na divisão a : b
- a é o dividendo; b é o divisor
- q é o quociente; r é o resto

Se r = 0, a divisão diz-se exacta

- Preenche a tabela no teu caderno.

:	1	2	3	4	5
0					
1					
2					
3					
4					

Certamente não conseguiste completar a tabela.

Recorda

No conjunto dos números naturais, a divisão nem sempre é possível.

Observa novamente a tabela que preencheste.

- Será que a divisão é comutativa?
- Quando o dividendo e o divisor são iguais, o quociente é igual a ____________
- Quando o dividendo é zero, o quociente é igual a ____________
- Quando o divisor é igual 1, o quociente é igual ao ____________

Numa divisão, o **divisor** tem de ser **diferente de zero**, pois o produto de qualquer número por zero é zero.

Multiplicação e divisão como operações inversas. Identidade fundamental da divisão

Vais agora verificar como a divisão é a operação inversa da multiplicação.

Observa a seguinte situação:

O José e a Maria foram comprar lápis.

A Maria comprou 3 lápis por kz 15,00, cada, na papelaria da escola.

O José comprou, na papelaria perto de sua casa, 3 lápis e gastou kz 45,00.

- Quanto gastou a Maria na compra dos lápis?
- Quanto custou cada lápis ao José?

O problema ilustrado apresenta situações inversas. Para encontrar a resposta da primeira questão, recorremos à divisão; para a segunda, recorremos à multiplicação. Será que existe alguma relação entre essas duas operações?

Repara:

1.º caso: $3 \times 15 = 45$. Implica que $45 : 3 = 15$ e $45 : 15 = 3$

2.º caso: $45 : 3 = 15$. Implica que $3 \times 15 = 45$

O que verificaste?

Verificaste que no primeiro caso cada um dos factores é igual ao quociente do produto por outro factor; no segundo caso, o quociente é o número que multiplicado pelo divisor resulta o dividendo.

O que significa que as operações de multiplicação e divisão são operações inversas, ou seja, para verificar se uma divisão está correcta, recorremos à multiplicação e vice-versa.

Achas que a Célia fez bem os cálculos? Verifica.

Tu sabes que, multiplicando o divisor pelo quociente e adicionando o resto, obténs o dividendo. Ou seja:

Dividendo = divisor x quociente + resto
Esta é a identidade fundamental da divisão.

Então, verifica: $6 \times 12 + 3 =$ ______________ + 3

= ______________

Como vês, a Célia não se enganou.

Exercícios

1. Qual é o dividendo de uma divisão em que o divisor é 15, o quociente é 6 e o resto é 8?
2. Qual é o maior resto possível na divisão de um número por 4?

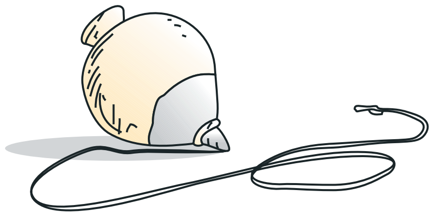
Observa que te foi fácil efectuar a divisão dos números resultantes dos problemas anteriores por se tratar de uma divisão entre dois números naturais.

Imagina agora que seja uma divisão entre números decimais. Como proceder?

Considera a seguinte situação:

O Paulo e o Rui têm 1,8 metros de fio que querem dividir em duas partes iguais, para jogarem ao pião.

- Qual é o comprimento de cada parte?



Para efectuar esta operação, usamos o procedimento geral de divisão de números decimais.

Quando o número de casas decimais do dividendo é igual ou maior do que o número de casas decimais do divisor:

- Faz-se a divisão como se os números fossem números naturais.
- O número de casas decimais do quociente é a diferença entre o número de casas decimais do dividendo e o número de casas decimais do divisor.
- O resto tem o mesmo número de casas decimais que o dividendo.

Resolução:

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ \cline{2-2} -18 & 9 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ \cline{2-2} 0{,}0 & 0{,}9 \end{array}$$

Logo: 1,8 : 2 = 0,9

R: Cada parte tem 0,9 metros.

Repara que o dividendo tem 1 casa decimal, o divisor não tem nenhuma casa decimal, isto é, tem 0 casas décimas. Então, o número de casas decimais do quociente é a diferença entre o número de casas do dividendo e do divisor, ou seja, 1 – 0 = 1.

Atenta agora à seguinte situação:

O Sr. Artur comprou 4,76 kg de amêndoas. Pretende encher 6 saquinhos, com igual peso, para dar a cada um dos seus afilhados.

- Quantos kg levará cada saquinho?

Resolução:

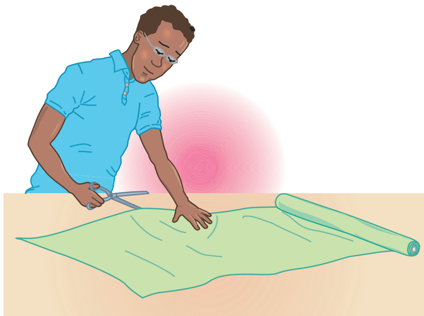
$$\begin{array}{r|l} 476 & 6 \\ \cline{2-2} -42 & 79 \\ \cline{1-1} 56 & \\ -54 & \\ \cline{1-1} 02 & \end{array}$$

Logo:

$$\begin{array}{r|l} 4{,}76 & 6 \\ \cline{2-2} 0{,}02 & 0{,}79 \end{array}$$

R: Cada saquinho levará 0,79 kg e sobrarão 0,02 kg.

Exercícios



1. O Sr. José quer cortar uma peça de tecido de 41,5 metros em retalhos de 2,5 metros.

- Quantos retalhos pode fazer?

2. Resolve:

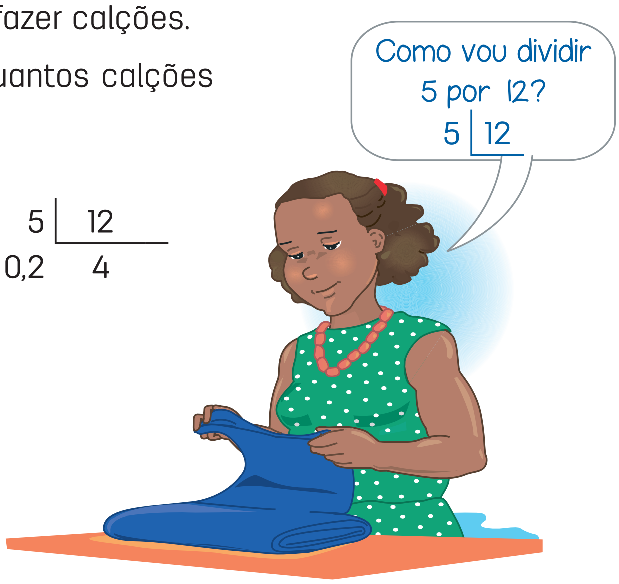
- $31{,}8 \;\big|\; \underline{4}$
- $18{,}73 \;\big|\; \underline{2{,}9}$
- $91{,}7 \;\big|\; \underline{1{,}2}$
- $6{,}495 \;\big|\; \underline{0{,}46}$
- $3{,}75 \;\big|\; \underline{0{,}5}$
- $37{,}78 \;\big|\; \underline{1{,}6}$
- $48{,}7 \;\big|\; \underline{0{,}8}$
- $2{,}35 \;\big|\; \underline{0{,}2}$

3. Quantas latas se podem encher com 18,5 kg de leite em pó, sabendo que cada lata leva 0,25 kg?

Quando o dividendo tiver menos casas decimais que o divisor:
- Acrescentam-se zeros ao dividendo de forma que fique com o mesmo número de casas decimais que o divisor.
- Faz-se a divisão como se os números fossem naturais.
- O resto tem o mesmo número de casas decimais com que ficou o dividendo.

A Sra. Margarida comprou 5 metros de tecido para fazer calções.

Se para cada calção precisa de usar 1,2 metros, quantos calções pode fazer?



Resolução:

$$\begin{array}{r|l} 50 & \underline{12} \\ -\,48 & 4 \\ \hline 2 & \end{array}$$

Logo:

$$\begin{array}{r|l} 5 & \underline{12} \\ 0{,}2 & 4 \end{array}$$

R: A Sra. Margarida pode fazer 4 calções e restam 0,2 m de tecido.

Exercícios

1. Resolve:

- 6,4 | 0,25 • 27 | 1,2

2. O Sr. Almeida comprou um garrafão com 10 litros de água, que pretende dividir por garrafas.

- Se cada garrafa levar 0,7 litros, quantas garrafas conseguirá encher?

3. Preenche a tabela seguinte:

:	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0
1	1				
2	2	1			
3	3		1		
4	4			1	

4. Resolve:

- 1500 | 10 1500 | 100 1500 | 1000
- 386 | 10 386 | 100 386 | 1000

5. Completa as tabelas seguintes:

×	0,1	0,01	0,001
37			
152			
465			

:	10	100	1000
37			
152			
465			

6. Resolve:

- 7 | 0,1 7 | 0,01 7 | 0,001
- 3,125 | 0,1 3,125 | 0,01 3,125 | 0,001

Exercícios

1. O Sr. Luís foi à fábrica de refrigerantes para comprar 13 grades de gasosa. De momento só havia disponíveis 305 garrafas.

   a) Quantas grades completas compra o Sr. Luís, sabendo que cada grade leva 24 garrafas?

   b) Quantas garrafas faltam para completar outra grade?

2. Numa escola matricularam-se, na 5.ª classe, 480 alunos.

   Pretende-se que cada turma fique com 32 alunos.

   Quantas turmas serão formadas?

3. Calcula:

   a) 47 : 10

   b) 179 : 0,01

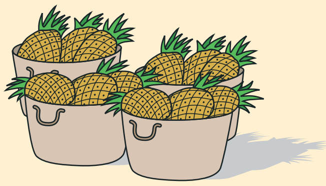
   c) 13,1 × 10

   d) 47 : 0,1

   e) 179 × 100

   f) 13,1 : 10

4. O Sr. Manuel comprou por 4 cestos de ananases com 8 kg cada, por kz 3040,00.



   a) Quanto pagou o Sr. Manuel por cada cesto de ananases?

   b) Quanto pagou o Sr. Manuel por cada quilograma?

   c) Calcula por quanto terá de vender cada quilograma de ananases, se quiser ganhar kz 100,00 por quilograma.

5. Numa divisão, o divisor é 3, o quociente é 2,75 e o resto é 0,02. Qual é o dividendo?

6. Considera o quociente: 25,5 : 1,5 Atendendo à sua ordem de grandeza, diz qual dos números (1,7; 17 ou 170) poderá representar o valor daquele quociente?

7. O José comprou uma bicicleta no valor de kz 45 000,00, tendo pagado, de entrada, 0,4 do preço total e o restante em 5 prestações mensais com o mesmo valor. Calcula o valor que o José deu de entrada e o valor de cada prestação mensal.

2.4 Números racionais absolutos

Conceito de número racional absoluto. Sua representação em forma de fracção

Observa a seguinte situação:

O Sr. João comprou uma maçã no mercado 5 de Abril, situado no Município de Moçâmedes. Deseja dividi-la equitativamente pelos seus 3 filhos. Quanto receberá cada filho?

Como sabes, a solução deste problema passa por efectuar a divisão entre dois números, em que o dividendo é menor que o divisor.

$$\begin{array}{r|l} 1'0'0 & 3 \\ \cline{2-2} -9 & 0{,}33 \\ \hline 10 & \\ -9 & \\ 1 & \end{array}$$

Como podes ver, a divisão não é exacta. Mesmo que continuemos, teremos sempre resto diferente de zero.

Como já aprendeste, 1 : 3 também pode ser escrito assim: $\frac{1}{3}$.
Significa que cada filho só pode receber uma parte fraccionária da maçã, neste caso, $\frac{1}{3}$ da maçã.

Agora, imagina que o Sr. João queria dividi-la pelos quatro filhos! Quanto receberá cada um dos seus filhos?

$$\begin{array}{r|l} 1'0'0 & 4 \\ \cline{2-2} -8 & 0{,}25 \\ \hline 20 & \\ -20 & \\ 0 & \end{array}$$

Observa que cada filho só pode receber uma parte fraccionária da maçã, neste caso, $\frac{1}{4}$ da maçã.

Agora observa as seguintes situações:

Exemplo a)

A Paula tem 7 metros de fita e quer dividi-la em duas partes iguais.
- Quantos metros terá cada parte?

$$\begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ \cline{2-2} -6 & 3{,}5 \\ \hline 10 & \\ -10 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Exemplo b)

O Jeremias comprou 5 metros de fita e quer dividi-la em três partes iguais.
- Quantos metros terá cada bocado?

$$\begin{array}{r|l} 5 & 3 \\ \cline{2-2} -3 & 1{,}66 \\ \hline 20 & \\ -18 & \\ \hline 20 & \\ -18 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

O caso da Paula é simples, pois cada bocado terá 3,5 metros de comprimento.

Também a Paula pode representar a medida de cada bocado da sua fita de vários modos: 7 : 2 ou 3,5 ou $\frac{7}{2}$.

O caso do Jeremias é mais complicado, pois não se consegue determinar o valor exacto do quociente. Mas, apesar disso, existe sempre o valor exacto do quociente de 5 por 3, que se pode representar por 5 : 3 ou $\frac{5}{3}$.

Terás percebido que, em cada uma das situações, o sinal de divisão entre os números representou-se por um traço, que é o traço de fracção. Essa representação chama-se **fracção**.

Uma **fracção** é uma notação usada em Matemática para representar o resultado de uma divisão entre duas quantidades.

O número resultante chama-se **número fraccionário**.

Assim, os números $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{5}{3}$ chamam-se números fraccionários.

Todo o número natural incluindo o zero é um número fraccionário, ou seja, se a pertence a N_0, pode ser escrito na forma $a = \frac{a}{1}$.

Exemplo: $0 = \frac{0}{1}$; $1 = \frac{1}{1}$; $3 = \frac{3}{1}$, $15 = \frac{15}{1}$.

Nesta notação existem três componentes a considerar:

- Um traço (horizontal ou oblíquo) que simboliza a operação de divisão, chamado **traço de fracção**.
- Um número escrito acima ou à esquerda desse traço, que se chama **numerador da fracção**.
- Um número escrito abaixo ou à direita desse traço, que deve ser diferente de zero (0), chamado **denominador da fracção**.
- O numerador e o denominador são chamados **termos da fracção**.

$$\text{traço de fracção} \longleftarrow \frac{a \longrightarrow \text{numerador}}{b \longrightarrow \text{denominador}}$$

Assim:

- Nas fracções $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$, 1 é o numerador, 3 e 4 são denominadores.
- Na fracção $\frac{7}{2}$, 7 é o numerador e 2 é o denominador
- Na fracção $\frac{5}{3}$, 5 é o numerador e 3 é o denominador.
- Numa fracção, o denominador indica o número de partes iguais em que uma quantidade (unidade ou todo) foi dividida, o numerador indica o número de partes que foram tomadas (consideradas) da unidade (ou todo).

Escrita e leitura de fracções

A escrita de fracções obedece a algumas regras, sendo que a forma correcta é a seguinte:

1.º – O traço de fracção

2.º – O numerador

3.º – O denominador

Exercícios

1. Completa a tabela:

:	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0
1	1	0,5	$\frac{1}{3}$ – 1,66			
2	2	1				
3	3	1,5			0,6	

2. Escreve sob a forma de fracções:

- 5 : 2
- 1 : 14
- 18 : 9
- 8 : 3
- 21 : 3
- 1 : 7
- 12 : 10
- 23 : 100
- 3 : 100

3. Indica, nas seguintes fracções, o numerador e o denominador.

- $\frac{3}{5}$
- $\frac{8}{6}$
- $\frac{9}{4}$
- $\frac{10}{7}$
- $\frac{6}{6}$
- $\frac{15}{12}$

Escreve agora, no teu caderno, em forma de fracções os números que representam:

- 6 : 2
- 10 : 5
- 6 : 3
- 4 : 4
- 3 : 2
- 3 : 4

A leitura de fracções também obedece a algumas regras:

Fracções com denominador 2: lê-se o numerador acompanhado da palavra meio (s).

Exemplos: $\frac{1}{2}$, lê-se um meio; $\frac{3}{2}$, lê-se três meios.

Fracções com denominador 3: lê-se o numerador acompanhado da palavra terço (s).

Exemplos: $\frac{1}{3}$, lê-se um terço; $\frac{2}{3}$, lê-se dois terços.

Fracções com denominador 4: lê-se o numerador acompanhado da palavra quarto (s).

Exemplos: $\frac{1}{4}$, lê-se um quarto; $\frac{3}{4}$ lê-se três quartos.

Fracções com denominador 5: lê-se o numerador acompanhado da palavra quinto (s).

Exemplos: $\frac{1}{5}$, lê-se um quinto; $\frac{7}{5}$, lê-se sete quintos.

Fracções com denominador 6: lê-se o numerador acompanhado da palavra sexto (s).

Exemplos: $\frac{1}{6}$, lê-se um sexto; $\frac{5}{6}$, lê-se cinco sextos.

Fracções com denominador 7: lê-se o numerador acompanhado da palavra sétimo (s).

Exemplos: $\frac{1}{7}$, lê-se um sétimo; $\frac{11}{7}$ lê-se onze sétimos.

Fracções com denominador 8: lê-se o numerador acompanhado da palavra oitavo (s).

Exemplos: $\frac{1}{8}$, lê-se um oitavo; $\frac{5}{8}$, lê-se cinco oitavos.

Fracções com denominador 9: lê-se o numerador acompanhado da palavra nono (s).

Exemplos: $\frac{1}{9}$, lê-se um nono; $\frac{14}{9}$, lê-se catorze nonos.

Quando o denominador for maior que 10, lê-se o numerador e denominador acompanhado da palavra «avos».

Exemplo: $\frac{2}{12}$, lê-se dois doze avos; $\frac{7}{35}$, lê-se sete trinta e cinco avos.

Mas quando se trata de fracções com denominadores 10, 100, 1000, etc., o caso é diferente.

Exemplo: $\frac{1}{10}$, lê-se três décimas; $\frac{2}{100}$, lê-se duas centésimas; $\frac{5}{1000}$, lê-se cinco milé-simas.

Repara que se realizarmos as operações destas fracções teremos:

- 3 : 10 = 0,3 (três décimas)
- 2 : 100 = 0,02 (duas centésimas)
- 5 : 1000 = 0,005 (cinco milésimas)

Exercícios

1. Escreve a leitura das seguintes fracções:

- $\frac{5}{7}$
- $\frac{15}{25}$
- $\frac{9}{10}$
- $\frac{19}{36}$
- $\frac{7}{9}$
- $\frac{56}{11}$
- $\frac{8}{5}$
- $\frac{1}{15}$

2. Escreve na forma de fracção:

- Dez quinze avos
- Sete décimos
- Vinte e oito, noventa e três avos
- Duzentos e seis, quarenta e quatro avos
- Um terço
- Vinte e nove, sessenta e dois avos
- Quinze quintos
- Quatro sextos
- Treze, vinte e seis avos

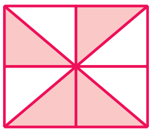
Representação gráfica de fracções

O João comprou uma barra de sabão e dividiu-a em 4 partes iguais. Cada parte é um quarto ($\frac{1}{4}$) da barra de sabão.

- Observa agora as figuras. Cada uma delas está dividida em partes iguais.

$\frac{1}{2}$

$\frac{3}{6}$



$\frac{4}{8}$

As fracções $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$ representam a parte pintada de cada figura.

As fracções $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$ representam a parte pintada de cada figura onde o numerador indica o número de partes pintadas e o denominador, o número total de partes iguais em que a unidade foi dividida.

Observa que nas fracções representadas o numerador é menor do que o denominador.

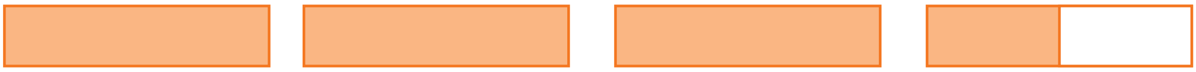
Agora imagina se o numerador for maior que o denominador! Por exemplo, como representar graficamente as fracções $\frac{7}{2}$ e $\frac{5}{3}$?

Resolução:

Sabe-se que o denominador de uma fracção indica em quantas partes se dividiu a unidade. Assim, para a fracção $\frac{7}{2}$ considera-se como unidade de medida a figura abaixo.

Então, pode-se constatar que em $\frac{7}{2}$ existem 3 unidades mais a metade da unidade, ou seja:

$\frac{7}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$. Graficamente, a fracção $\frac{7}{2}$ ou $3 + \frac{1}{2}$ é representada como ilustrado abaixo:



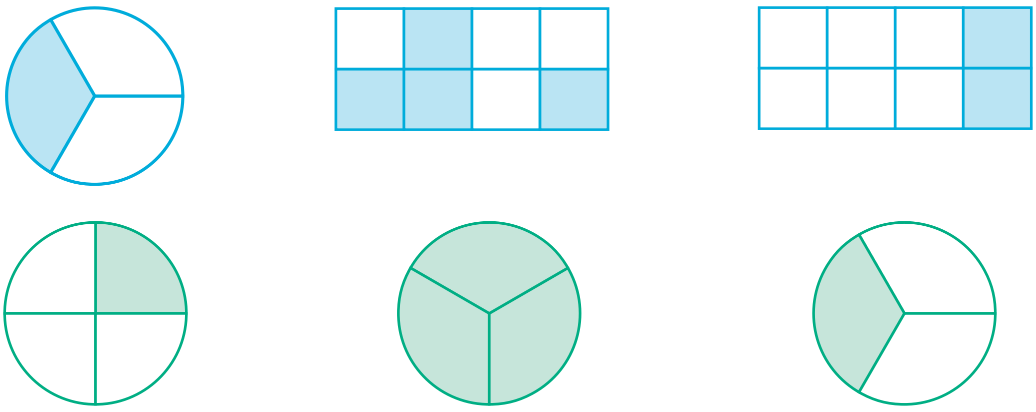
Para a fracção $\frac{5}{2}$, considera-se como unidade de medida a figura abaixo:

Constata-se que em $\frac{5}{2}$ existe 1 unidade mais $\frac{2}{3}$ da unidade, ou seja: $\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$.

Graficamente, a fracção $\frac{5}{2}$ é representada como ilustrado abaixo:

Exercício

Indica, em cada caso, a fracção correspondente à parte pintada.



Como deves perceber, os números naturais e decimais podem ser escritos em forma de fracção.

Dá-se o nome de **número racional absoluto** a todo o número que se pode representar sob a forma de fracção.
Portanto, são números racionais absolutos quer os números naturais quer os números decimais.

Tipos de fracções

Fracção própria: é uma fracção em que o numerador é menor que o denominador.

Exemplo: $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$

Estas fracções representam sempre números racionais absolutos menores do que 1.

Fracção imprópria: é uma fracção em que o numerador é maior do que o denominador.

Exemplo: $\frac{7}{2}$, $\frac{5}{3}$

Estas fracções representam sempre números racionais absolutos maiores do que 1.

Exercício

Marca com um **x** as alíneas que são fracções impróprias.

a) $\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{0}{7}$ **c)** $\frac{10}{11}$ **d)** $\frac{3}{3}$ **e)** $\frac{9}{5}$ **f)** $\frac{100}{10}$

g) $\frac{2}{10}$ **h)** $\frac{7}{9}$ **i)** $\frac{99}{100}$ **j)** $\frac{1000}{20}$ **k)** $\frac{17}{20}$ **l)** $\frac{86}{7}$

Fracção aparente: é uma fracção em que o numerador é igual ao denominador.

Exemplo: $\frac{7}{7}$, $\frac{5}{5}$

Estas fracções representam sempre números racionais absolutos iguais a 1.

Fracção mista: é toda a fracção formada por um número natural junto de uma fracção própria. A fracção mista é uma fracção imprópria, logo uma fracção mista pode ser transformada em fracção imprópria e vice-versa.

Notação: $Q\frac{R}{d}$ ou $Q + \frac{R}{d}$, onde Q é o quociente, R é o resto na divisão $\frac{D}{d}$.

Atenção

A notação $Q\frac{R}{d}$ significa $Q + \frac{R}{d}$.

Transformação de uma fracção imprópria em fracção mista

1.º – Dividir o dividendo pelo divisor, obtendo-se o quociente e o resto, que são números naturais.

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \hline R & Q \end{array}$$

2.º – Escrever a fracção imprópria dada na notação de fracção mista, ou seja,

$$\frac{D}{d} = Q\,\frac{R}{d} = Q + \frac{R}{d}$$

Exemplo: Transforma as fracções impróprias em fracções mistas.

a) $\frac{7}{2}$ $\begin{array}{l|l} 7 & 2 \\ \hline 1 & 3 \end{array}$

Então, $\frac{7}{2} = 3\,\frac{1}{2}$ ou $\frac{7}{2} = 3 + \frac{1}{2}$

b) $\frac{27}{5}$ $\begin{array}{l|l} 27 & 5 \\ \hline 2 & 5 \end{array}$

Então, $\frac{27}{5} = 5\,\frac{2}{5}$ ou $\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5}$

Transformação de uma fracção mista em fracção imprópria

1.º – Multiplicar o denominador com o número que representa a parte inteira.

2.º – Somar o resultado com numerador.

3.º – Manter o denominador.

Exemplos:

a) $3\,\frac{1}{2} = \frac{2 \times 3 + 1}{2} = \frac{6 + 1}{2} = \frac{7}{2}$

b) $1\,\frac{2}{3} = \frac{3 \times 1 + 2}{3} = \frac{3 + 2}{3} = \frac{5}{3}$

Exercícios

1. Transforma em fracções impróprias as fracções mistas seguintes.

a) $3\,\frac{1}{5}$ **b)** $4 + \frac{11}{3}$ **c)** $4\,\frac{5}{7}$, **d)** $2\,\frac{7}{6}$ **e)** $5\,\frac{2}{8}$, c > 0

2. Transforma cada uma das seguintes fracções mistas em fracções impróprias.

a) $\frac{17}{2}$ **b)** $\frac{11}{3}$ **c)** $\frac{8}{5}$ **d)** $\frac{25}{7}$ **e)** $\frac{40}{11}$

Recíproco de uma fracção

O recíproco de uma fracção $\frac{a}{b}$ é a fracção que tem os termos invertidos.

Se a fracção dada é $\frac{a}{b}$, (a,b > 0), então o seu recíproco é fracção $\frac{b}{a}$.

Exemplos:

a) O recíproco da fracção $\frac{1}{2}$ é a fracção $\frac{2}{1} = 2$.

b) O recíproco da fracção $\frac{8}{9}$ é a fracção $\frac{9}{8}$.

c) O recíproco de 10 é a fracção $\frac{1}{10}$.

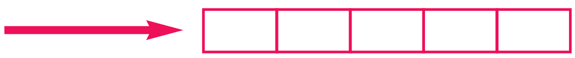
Comparação de fracções com denominadores iguais

Vamos analisar as actividades seguintes.

1. Recorda-te dos sinais de comparação e completa, utilizando um deles > ou <.

- 0,25 ______________ 1,03
- 2,5 ______________ 3,1
- 10,3 ______________ 9,523
- 0,008 ______________ 0,1

2. Agora compara os números sob a forma de fracção. Pinta a fracção equivalente a $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{8}$. Diz qual é a maior.

$\frac{3}{5}$ 

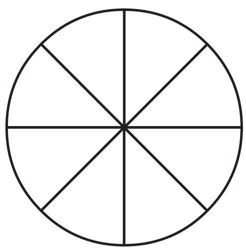
$\frac{4}{8}$ 

3. A mãe da Ana fez um bolo para o lanche. A Ana comeu $\frac{1}{8}$ do bolo, o Nito comeu $\frac{4}{8}$ e a Mena comeu $\frac{3}{8}$.

a) Representa a figura e pinta de cores diferentes a porção de bolo comida por cada um.

b) Escreve em ordem crescente as fracções.

c) Qual dos meninos comeu a maior porção?



A partir das actividades realizadas podemos concluir que:

Para comparar números racionais absolutos representados por fracções com o mesmo denominador, basta reparar nos valores dos numeradores; a fracção que tiver o maior numerador representa o número maior.

Comparação de fracções com numeradores iguais

Para comparar números racionais absolutos representados por fracções com o mesmo numerador e denominadores diferentes, basta observar os denominadores; a fracção que tiver menor denominador representa o número maior.

Exemplo:

$\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$, porque o número $3 < 5$, onde 3 é o denominador da primeira fracção e 5 é o denominador da segunda fracção.

Relação entre a parte e o todo numa fracção

Recorda

Frequentemente, compreende-se que na fracção $\frac{a}{b}$ o denominador indica as partes iguais em que o todo (unidade) está dividido e o numerador indica as partes que são consideradas (tomadas) deste todo.

Por exemplo, na fracção $\frac{3}{5}$ significa que do todo, que foi dividido em 5 partes iguais, foram tomadas 3. Esta parte fraccionária é menor que o todo, ou seja, $\frac{3}{5} < 1$.

Agora, consideremos a fracção $\frac{5}{2}$:

Como compreenderes que de um todo dividido em 2 partes se pode tomar 5 partes? Se associarmos esta fracção a uma situação prática, facilmente se poderá entender.

Neste caso, a fracção $\frac{5}{2}$ é maior que cada unidade, ou seja, $\frac{5}{2} > 1$.

Repara que $\frac{5}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + 1 + \frac{1}{2}$, neste caso $1 = \frac{2}{2}$

Portanto, para a fracção $\frac{5}{2}$ o todo são 3 unidades.

Exercícios

1. Completa com um dos sinais: =, < e >.

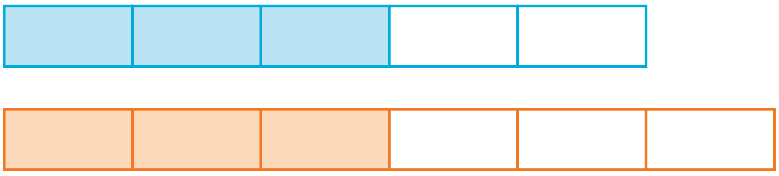
- $\frac{15}{12}$ ______ $\frac{15}{16}$
- $\frac{38}{43}$ ______ $\frac{38}{31}$
- $\frac{26}{23}$ ______ $\frac{26}{28}$
- $\frac{23}{15}$ ______ $\frac{23}{19}$
- $\frac{8}{21}$ ______ $\frac{8}{18}$
- $\frac{12}{35}$ ______ $\frac{24}{27}$

2. Observa as figuras.

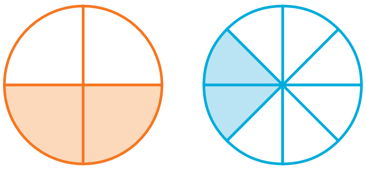
a) Traduz em fracção as representações geométricas abaixo.

b) Compara as fracções obtidas em cada caso.

Caso 1



Caso 2



3. Completa com um dos sinais: =, < e >.

- $\frac{2}{3}$ ______ 1
- $\frac{1}{3}$ ______ 1
- $\frac{6}{5}$ ______ 1
- $\frac{1}{2}$ ______ 1
- $\frac{4}{4}$ ______ 1
- $\frac{3}{2}$ ______ 1

Adição e subtracção de fracções de igual denominador

Para adicionar ou subtrair fracções de igual denominador $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{b}$ (b ≠ 0) calcula-se a soma ou diferença dos numeradores e mantém-se o denominador.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$$

Exemplos:

a) $\frac{1}{4} + \frac{5}{8} = \frac{1 + 5}{8} = \frac{6}{8}$ **b)** $\frac{7}{9} + \frac{4}{8} = \frac{7 + 4}{8} = \frac{11}{8}$ **c)** $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5 - 2}{7} = \frac{3}{7}$

Exercício

Calcula:

- $\frac{7}{9} + \frac{5}{9}$
- $\frac{4}{10} + \frac{5}{10}$
- $\frac{13}{14} + \frac{6}{14}$
- $\frac{9}{11} + \frac{2}{11}$
- $\frac{20}{23} - \frac{17}{23}$
- $\frac{13}{17} - \frac{3}{17}$
- $\frac{19}{21} - \frac{9}{21}$

Multiplicação e divisão de fracções

Multiplicação das fracções

Para multiplicar duas ou mais fracções, deve-se multiplicar os numeradores entre si e os denominadores, também, entre si.

Exemplo: $\frac{4}{3} \times \frac{8}{7} = \frac{4 \times 8}{3 \times 7} = \frac{32}{21}$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}\ ;\ b, d \neq 0$$

Divisão de fracções

Para dividir fracções, basta multiplicar a 1.ª fracção pelo recíproco da 2.ª.

Exemplo:

Calcula:

a) $\frac{4}{5} : \frac{3}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{4 \times 7}{5 \times 3} = \frac{28}{15}$ **b)** $\frac{4}{5} : \frac{3}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{4 \times 5}{5 \times 3} = \frac{20}{15}$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}\ ;\ (b, c, d \neq 0)$$

Exercício

Calcula:

- $\frac{1}{4} \times \frac{9}{5}$
- $\frac{6}{5} \times \frac{10}{8}$
- $\frac{2}{3} \times \frac{7}{8}$
- $\frac{6}{5} : \frac{10}{8}$
- $\frac{1}{7} : \frac{3}{7}$
- $\frac{4}{5} : \frac{7}{8}$
- $\frac{10}{3} : \frac{2}{3}$

Ampliação e simplificação de fracções

Uma dada fracção $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$. pode ser transformada, multiplicando (ampliação) ou dividindo (simplificação) o numerador e o denominador desta fracção por um número natural n ($n > 1$).

Ampliação:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times n}{b \times n}$$

Simplificação:

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$$

Exemplos:

Ampliação

a) $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 3}{3 \times 3} = \frac{3}{9}$

b) $\frac{3}{9} = \frac{3 \times 4}{9 \times 4} = \frac{12}{36}$

Simplificação

a) $\frac{2}{6} = \frac{2 : 2}{6 : 2} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{8}{12} = \frac{8 : 4}{12 : 4} = \frac{2}{3}$

A simplificação de uma fracção pode efectuar-se passo a passo, ou seja, sucessivamente, até que se obtenha a fracção equivalente dada, mas com os menores termos possíveis.

Observa: $\frac{8}{12} = \frac{8 : 2}{12 : 2} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}$

Uma fracção é simplificada (ou irredutível) quando a fracção resultante possui termos que já não são simplificáveis (divisíveis por um mesmo número).

Exemplos:

a) $\frac{8}{12} = \frac{8 : 2}{12 : 2} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}$.

Neste caso, a fracção diz-se simplificada ou irredutível, porque a fracção $\frac{2}{3}$ já não se pode simplificar.

b) $\frac{8}{12} = \frac{8 : 2}{12 : 2} = \frac{4}{6}$.

Neste caso, a fracção não está simplificada, porque embora os termos sejam menores que os termos da fracção dada, a fracção $\frac{4}{6}$ ainda pode ser simplificada:

$\frac{8}{12} = \frac{8 : 2}{12 : 2} = \frac{4}{6} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}$. Agora a fracção está simplificada.

Exercício

Simplifica as seguintes fracções:

- $\frac{10}{12}$ • $\frac{8}{10}$ • $\frac{12}{18}$ • $\frac{25}{10}$ • $\frac{5}{12}$ • $\frac{50}{20}$ • $\frac{100}{200}$ • $\frac{32}{4}$

Exercícios

1. Amplia as seguintes fracções, sucessivamente por 3, 4, 5 e 6:

a) $\frac{5}{6}$ **b)** $\frac{4}{7}$ **c)** $\frac{1}{8}$

2. Simplifica as seguintes fracções:

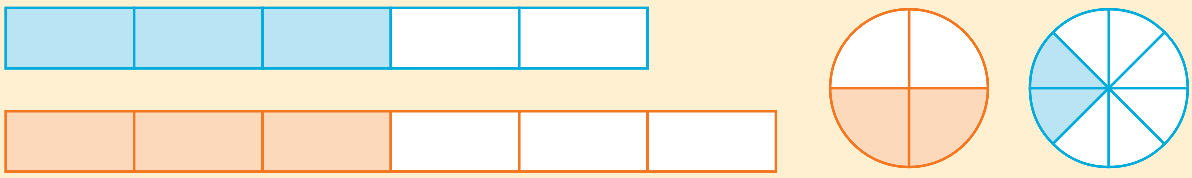
a) $\frac{10}{15}$ por 5 **b)** $\frac{12}{16}$ por 4 **c)** $\frac{9}{12}$ por 3

3. Completa:

a) $\frac{\quad}{7}$ $\frac{\quad}{7}$ **c)** $\frac{\quad}{15}$ $\frac{\quad}{15}$ **e)** $\frac{\quad}{20}$ $\frac{\quad}{20}$

b) $\frac{\quad}{17}$ $\frac{\quad}{17}$ **d)** $\frac{\quad}{21}$ $\frac{\quad}{21}$ **f)** $\frac{\quad}{42}$ $\frac{\quad}{42}$

4. Observa as figuras:



Completa com um dos sinais < ou >:

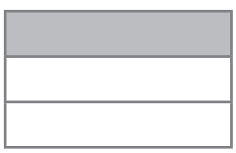
a) $\frac{3}{5}$ ______ $\frac{3}{6}$ **b)** $\frac{2}{4}$ ______ $\frac{2}{8}$

Fracções equivalentes

Para fazerem cartazes para uma festa, Elsa, Beta e Mona cortaram as tiras de cartolina indicadas a sombreado nas figuras abaixo.

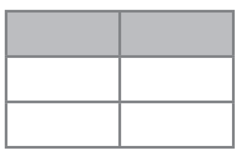
Representa por uma fracção a parte com que cada uma ficou.

Elsa



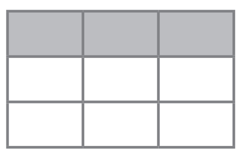
$\frac{1}{3}$

Beta



$\frac{2}{6}$

Mona



$\frac{3}{9}$

Qual das amigas ficou com mais cartolina? Claro que ficaram com quantidades iguais.

Assim, as fracções $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{9}$ representam a mesma quantidade: são **fracções equivalentes**.

Por esta razão, podemos escrever: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{2}{9}$

Completa, agora, de modo a obteres fracções equivalentes: $\frac{40}{60} = \frac{}{6} = \frac{2}{}$

Como podes observar, das fracções equivalentes a $\frac{40}{60}$, $\frac{2}{3}$ é a fracção cujos **termos** (numerador e denominador) são menores. Como obter fracções equivalentes? Observa:

As fracções $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{9}$ foram obtidas da fracção $\frac{1}{3}$, multiplicando o seu numerador e o seu denominador por 2 e 3, respectivamente, isto é, por um processo de ampliação. Por isso, diz-se que as fracções $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{9}$ são equivalentes.

As fracções $\frac{4}{6}$ e $\frac{2}{3}$ foram obtidas da fracção $\frac{40}{60}$, dividindo o seu numerador e o seu denominador por 10 e 20, respectivamente, isto é, por um processo de simplificação. Por isso, diz-se que as fracções $\frac{40}{60}$, $\frac{4}{6}$ e $\frac{2}{3}$ são equivalentes.

Para obter uma fracção equivalente à outra amplia-se ou simplifica-se a fracção em causa.

Exercícios

1. Escreve uma fracção equivalente a cada uma das seguintes fracções:

   a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{12}{20}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{12}$ e) $\frac{10}{15}$

2. Em cada uma das fracções abaixo, identifica a fracção equivalente a elas, cujos termos são menores.

   a) $\frac{30}{15}$ b) $\frac{12}{4}$

Fracções decimais

No dia do seu aniversário, o Sr. Dias comprou um bolo que dividiu em partes iguais entre os dez colegas. Quantas partes do bolo recebeu cada colega?

O bolo representa uma unidade. Cada um dos seus colegas recebeu a décima parte do bolo, $\frac{1}{10}$ ou seja, 0,1.

Se dividirmos um metro em decímetros, cada parte representa $\frac{1}{10}$ de modo igual. Se dividirmos o metro em centímetros e em milímetros, obteremos partes iguais, respectivamente, a $\frac{1}{10} = 0{,}1$ ou $\frac{1}{100} = 0{,}01$ e $\frac{1}{1000}$ ou 0,001.

As partes assim representadas por $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{1000}$ são chamadas fracções decimais por terem como denominador uma potência de dez (10, 100, 1000...).

Chamam-se fracções decimais todas as fracções cujos denominadores são potências de base 10.

Exemplos:

a) Os números $\frac{3}{10}, \frac{13}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{9}{10000}$ são fracções decimais, porque os seus denominadores são potências de base 10.

b) Os números $\frac{1}{9}, \frac{13}{4}, \frac{8}{11}$ não são fracções decimais, porque os seus denominadores não são potências de base 10.

Nota: Uma fracção decimal pode ser transformada num número decimal e vice-versa.

Recorda

Para converter uma fracção decimal em número decimal:
1.º Escreve-se o numerador sem vírgula;
2.º Atribui-se ao numerador um número de casas decimais igual ao número de zeros existentes no denominador.

Para converter um número decimal em fracção decimal:
1.º Escreve-se o número sem vírgula no numerador;
2.º O denominador é uma potência de base 10 com o expoente igual ao número de casas decimais do número dado.

Exemplos:

1. Transforma as fracções decimais em número decimal:

a) $\frac{5}{10} = 0{,}5$ **b)** $\frac{11}{10} =$ **c)** $\frac{123}{100} =$ **d)** $\frac{12}{1000} = 0{,}012$

2. Transforma os seguintes números decimais em fracções decimais:

a) $3{,}4 = \frac{34}{10}$ **b)** $0{,}005 = \frac{5}{1000}$ **c)** $1{,}345 =$ **d)** $0{,}011 =$

Exercícios

1. Representa sob a forma de fracção decimal: 0,5; 0,7; 0,35; 0,002

2. Escreve sob a forma de fracção decimal: $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{50}$; $\frac{1}{2}$

3. Representa sob a forma de numeral decimal:

- $\frac{5}{10}$
- $\frac{15}{10}$
- $\frac{3}{100}$

4. Assinala com um X as fracções decimais:

a) $\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{2}{100}$ **c)** $\frac{10}{5}$ **d)** $\frac{15}{11}$ **e)** $\frac{8}{11}$ **f)** $\frac{23}{1000}$

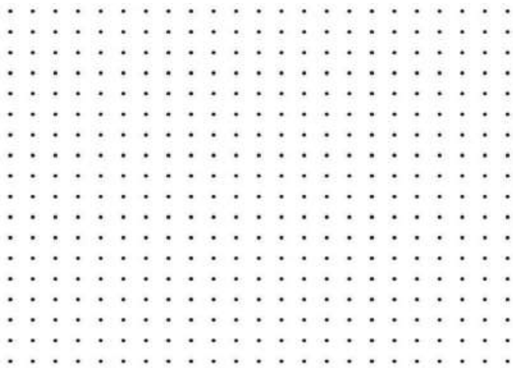
Tema 3
Geometria

3.1 Pontos, linhas, rectas e planos

Os conceitos de ponto, linha, recta e plano são considerados básicos porque é a partir deles que se constroem outros conceitos. É importante que tenhas uma noção deles.

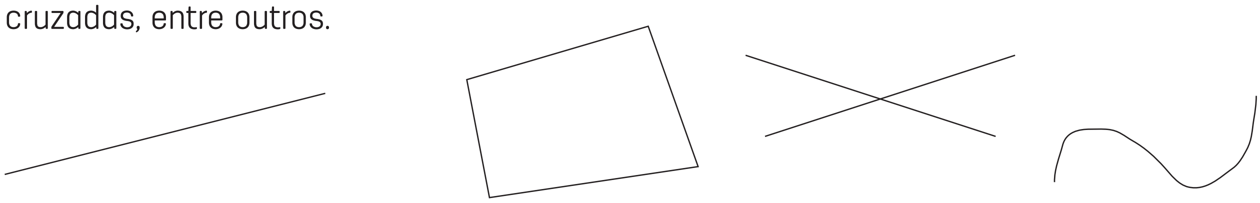
Ponto

Se perfurares uma folha de papel com a ponta do teu lápis, poderás considerar tantos orifícios quanto queiras. Cada um desses orifícios representa um ponto e fazem parte da folha de papel. Os pontos são representados por letras maiúsculas do nosso alfabeto: A, B, C, D, E...



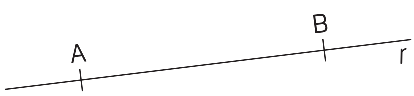
Linha

Uma linha é um conjunto infinito de pontos de um plano. Mas atenção: nem todo o conjunto de pontos do plano é uma linha. É o caso de, por exemplo, um par ou três pontos do plano. Existem vários tipos de linhas: linhas abertas, linhas fechadas, linhas simples, linhas cruzadas, entre outros.



Linhas rectas

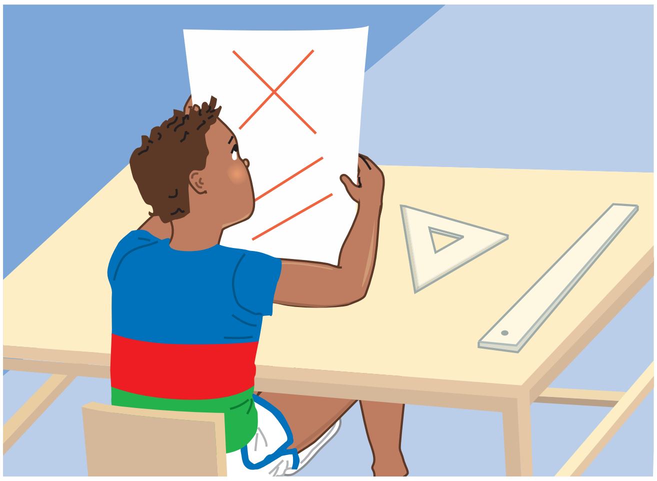
Rectas são linhas abertas com a mesma direcção. Formam-se por um conjunto infinito de pontos no plano e são identificados com letras minúsculas do nosso alfabeto: a, b, c... r, s, t... Numa recta não se considera o primeiro nem o segundo ponto; é uma linha ilimitada. Existem pontos do plano que não pertencem a uma recta.



Plano

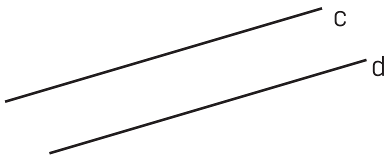
Um plano é formado por um conjunto infinito de pontos, ou seja, por infinitas rectas. Em geral, os planos são identificados com letras gregas: $\alpha,\beta,\gamma,\delta$...

Por exemplo, uma folha de papel ou o tampo de uma mesa representam um plano.

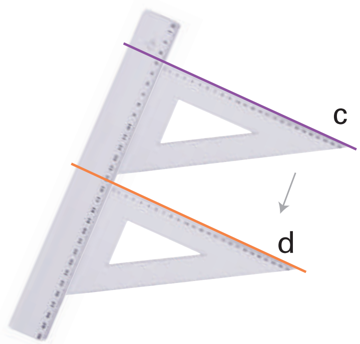


Noção de rectas paralelas. Construção de rectas paralelas

Observa a figura abaixo. As rectas **c** e **d** não se cruzam, ou seja, não têm nenhum ponto comum. Por esta razão, estas rectas chamam-se **rectas paralelas**.



Observa como, utilizando régua e esquadro, podes construir, de forma simples, rectas paralelas.



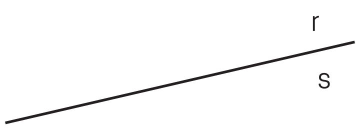
c // d → Lê-se: recta **c** é paralela à recta **d**

As rectas **c** e **d** são rectas paralelas.

Simbolicamente, o facto de estas rectas serem paralelas representa-se assim:

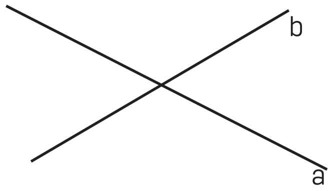
c // d

Também podes traçar uma recta sobre outra; neste caso ainda dizemos que as rectas são paralelas, mas como todos os seus pontos são comuns, chamamos-lhes rectas **paralelas coincidentes**.

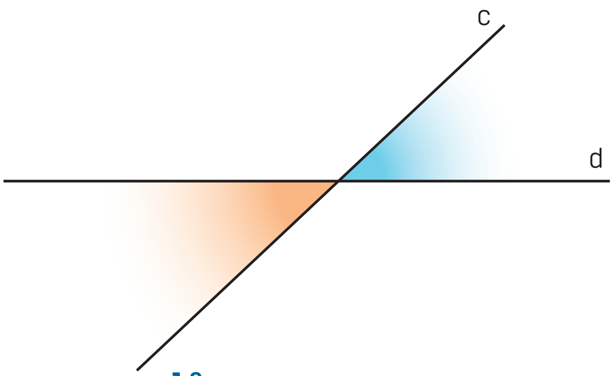


Rectas perpendiculares. Construção de rectas perpendiculares

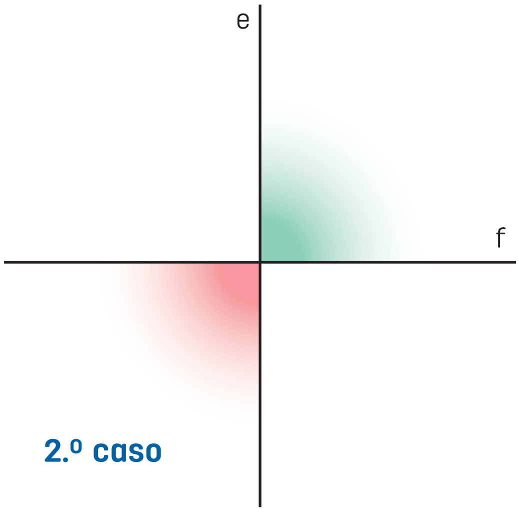
Para além das rectas paralelas, existem outros tipos de rectas, ou seja, se traçares duas rectas num plano, pode acontecer que as duas rectas tenham 1 (e 1 só) ponto em comum – são **rectas concorrentes.**



Repara agora nas figuras seguintes:



1.º caso



2.º caso

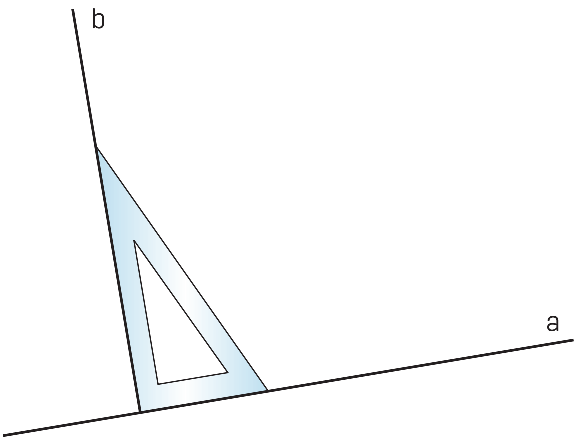
No 1.º caso, as rectas concorrentes **c** e **d** dividem o plano em 4 ângulos, que **não são** todos geometricamente iguais – são **rectas oblíquas**.

No 2.º caso, as rectas concorrentes **e** e **f** dividem o plano em 4 ângulos que são geometricamente iguais – estas rectas são **rectas perpendiculares**.

Repara agora como, utilizando o esquadro, é possível traçar uma recta **perpendicular** a outra recta.

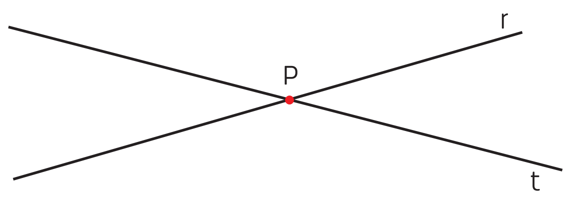
b é perpendicular a **a**.

Simbolicamente, **b** $\perp$ **a**



Posições relativas entre ponto e recta

Como já sabes, duas rectas são concorrentes se tiverem um ponto comum, ou seja, se se cruzam num ponto.



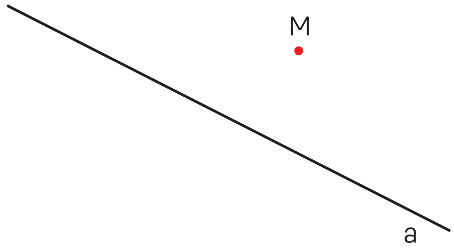
Podemos afirmar o seguinte:

- As rectas **r** e **t** cruzam-se no ponto **P**; ou
- As rectas **r** e **t** passam pelo **P**; ou
- O ponto **P** é o ponto de intersecção das rectas **r** e **t**.

Agora vamos falar de relações que podem existir entre um ponto e uma recta.

Sejam dados um ponto **M** e uma recta **a**, pode existir uma das seguintes relações:

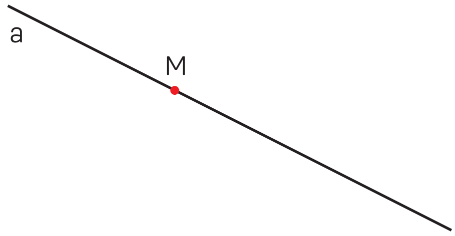
1.º caso



Dizemos que:

- A recta **a** não passa pelo ponto **M**.
- O ponto **M** não está situado na recta **a**, ou seja, o ponto **M** não pertence à recta **a**.

2.º caso



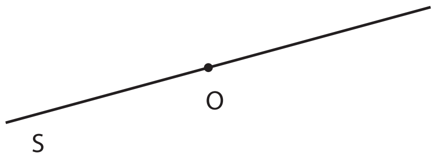
Dizemos que:

- A recta **a** passa pelo ponto **M**.
- O ponto **M** está situado na recta **a**, ou seja, o ponto **M** pertence à recta **a**.

Semi-recta e segmento de recta

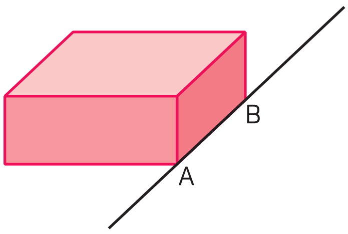
Semi-recta

Considera agora a recta **s** e um ponto **O** pertencente a essa recta.



A recta **s** ficou dividida em duas partes – duas **semi-rectas** com origem em **O**.

Segmento de recta



Observa a figura. Imagina uma das arestas do sólido prolongada indefinidamente nos dois sentidos.

O que obténs?

Claro! Uma linha recta.

Como a linha recta é ilimitada, só em parte a podemos representar.

Habitualmente, utilizam-se letras minúsculas para designar uma linha recta.

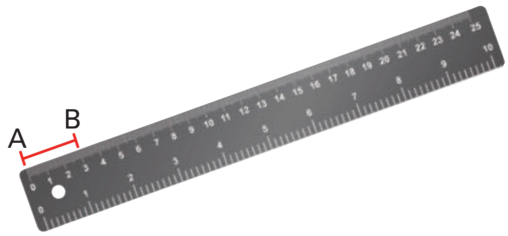
Como já sabes, cada aresta do paralelepípedo é um **segmento de recta**.

No segmento A ________ B os pontos **A** e **B** (vértices do paralelogramo) são os extremos do segmento.

Segmento de recta é uma parte da recta determinada por dois pontos não coincidentes.

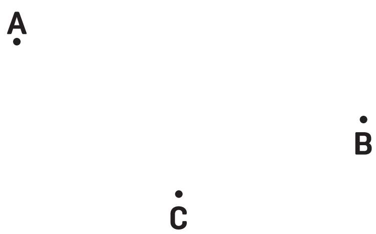
Nota: simbolicamente, o segmento de recta pode representar-se [AB].

Ao verificarmos, usando a régua, que o comprimento do segmento de recta é 3 cm, então, simbolicamente, podemos escrever: $\overline{AB} = 3$ cm



Exercícios

Considera os pontos **A**, **B** e **C** não alinhados.



Traça:

- O segmento de recta de extremos **A** e **B**.
- A recta que passa pelos pontos **A** e **C**.
- A semi-recta de origem **B** e que passa por **C**.

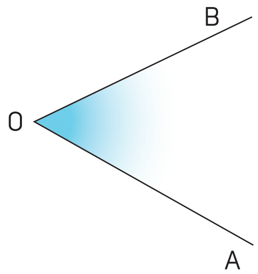
3.2 Ângulos

Conceito de ângulo

Em classes anteriores aprendeste a noção de ângulo.

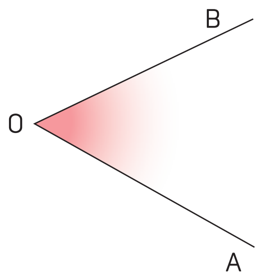
Agora, vamos continuar o estudo de ângulo, dando a sua definição e os seus elementos.

Considera num plano duas semi-rectas com a mesma origem, como vês na figura abaixo.



Como podes observar, o plano encontra-se assim dividido em duas regiões. A cada uma delas dá-se o nome de **ângulo**.

Observa agora o ângulo representado na figura ao lado.

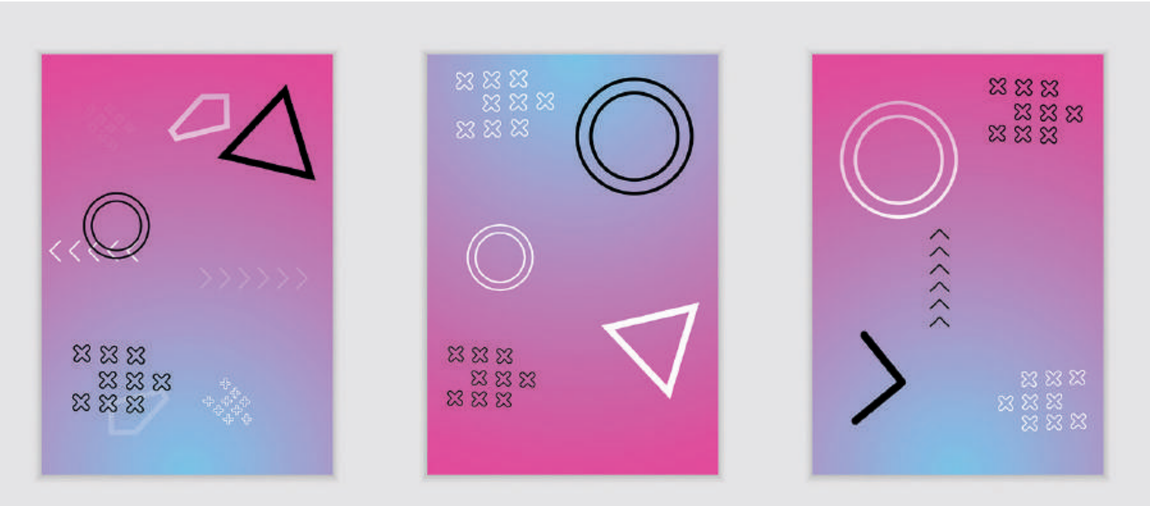


- As semi-rectas de origem **O** são os lados do ângulo.
- O ponto **O** é o vértice do ângulo.

Nota: simbolicamente, o ângulo $A\hat{O}B$ representa-se também por $\sphericalangle$ AOB.

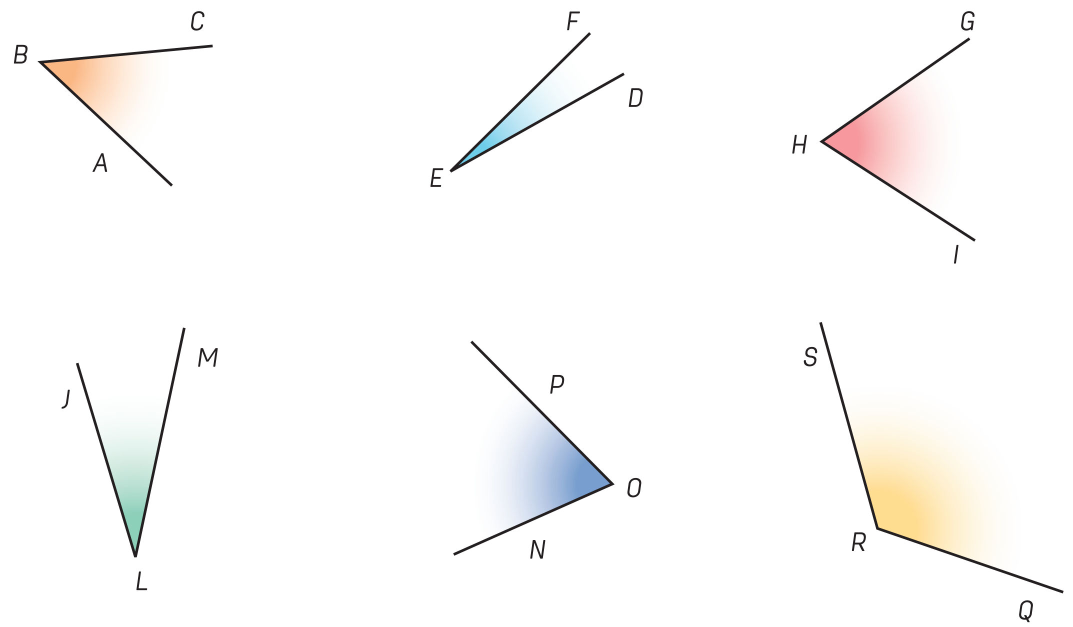
> Um **ângulo** é uma região do plano limitada por duas semi-rectas com a mesma origem.

Observa as figuras abaixo e identifica as formas em que existem ângulos.



Amplitude de um ângulo

Na figura seguinte estão representados vários ângulos.



- Usando papel vegetal, verifica, por decalque, quais os ângulos que são geometricamente iguais entre si.

- Completa:

  ∢ NOP é geometricamente igual a ______________________.

Ângulos geometricamente iguais têm a mesma amplitude.

Então, podes afirmar que ∢ GHI e ∢ NOP têm a mesma amplitude.

Simbolicamente, escreve-se:

$$G\widehat{H}I = N\widehat{O}P$$

Ou seja, observando outro exemplo:

$$(A\widehat{O}B = \text{amplitude do } \sphericalangle\, ABC)$$

Mas, como já sabes, os ângulos não têm todos a mesma amplitude.

- Completa com um dos sinais >, = ou < (utiliza, quando for necessário, papel vegetal).

$D\widehat{E}F$ _______ $J\widehat{L}M$ $N\widehat{O}P$ _______ $Q\widehat{R}S$ $N\widehat{O}P$ _______ $D\widehat{E}F$

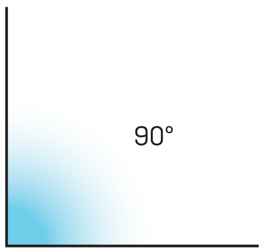
Medida da amplitude de um ângulo

Dados dois ângulos, já és capaz de dizer se têm a mesma amplitude ou se um dos ângulos tem uma amplitude maior do que a do outro.

Internacionalmente, adoptou-se o **grau** como unidade de medida da amplitude.

Um grau (**1°**) é a amplitude de cada um dos ângulos que se obtêm, dividindo o ângulo recto em 90 ângulos geometricamente iguais.

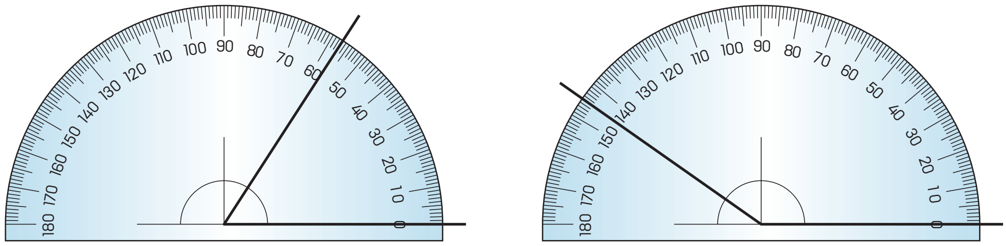
Podes então afirmar que a amplitude de um ângulo recto é 90°.



Mas como se mede a amplitude de um ângulo?

Para medir a amplitude de ângulos, utiliza-se o transferidor.

Nas figuras seguintes, exemplifica-se a maneira de o usar.



Repara que se coloca o transferidor de modo que o ponto de referência coincida com o vértice do ângulo e o zero da graduação fique sobre um dos lados do ângulo.

Assim, podes ver que na figura da esquerda o ângulo medido tem 56° de amplitude.

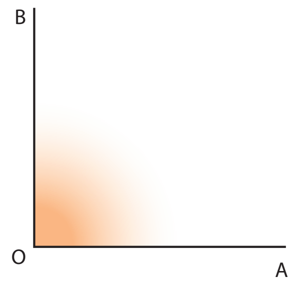
- Observa bem a figura da direita e diz qual é a amplitude do ângulo.

Exercícios

Utilizando um transferidor, traça:

- Um ângulo de 75°.
- Um ângulo de 120°.

Classificação de ângulos

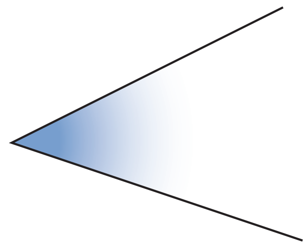


Repara no ∢ AOB.

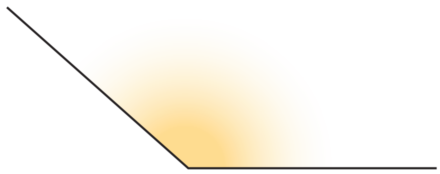
Os lados deste ângulo são perpendiculares.

A este ângulo dá-se o nome de **ângulo recto**.

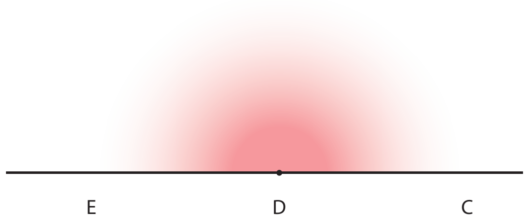
Um ângulo cuja sua amplitude é igual a 0º chama-se **ângulo nulo**.



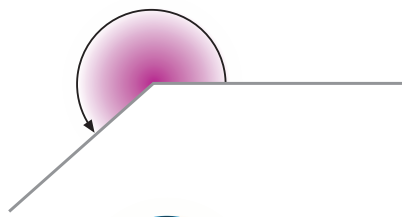
Um ângulo cuja amplitude é menor do que a de um ângulo recto diz-se um **ângulo agudo**.



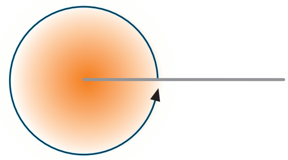
Um ângulo cuja amplitude é maior do que a de um ângulo recto, mas menor do que a de um ângulo raso, diz-se um **ângulo obtuso**.



A amplitude do ∢ CDE é o dobro da amplitude do ângulo recto. Dizemos que o ∢ CDE é um **ângulo raso**.



Ângulo sobre obtuso: amplitude maior que 180º e menor que 360º

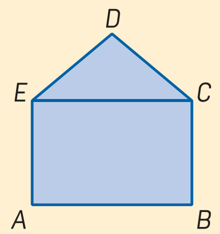


O ângulo cuja amplitude é o dobro da amplitude do ângulo raso, ou seja, ∢ a amplitude é igual a 360º, chama-se **ângulo giro**.

Quanto à sua amplitude, os ângulos classificam-se em:
- Ângulo nulo: amplitude igual a 0º.
- Ângulo agudo: amplitude maior que 0º e menor que 90º.
- Ângulo recto: amplitude igual a 90º.
- Ângulo obtuso: amplitude maior que 90º e menor que 180º.
- Angulo raso: amplitude igual a 180º.
- Ângulo sobre obtuso: amplitude maior que 180º e menor que 360º.
- Ângulo giro: amplitude igual a 360º.

Exercícios

1. Considera a figura.

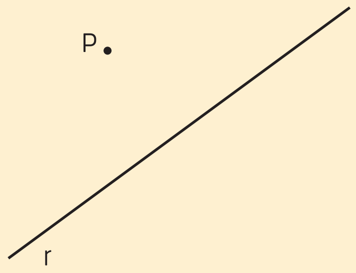


Verificando com régua e esquadro, quando necessário, indica:

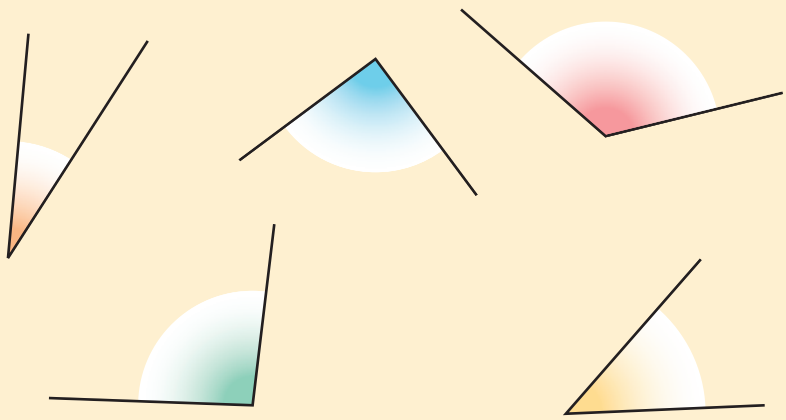
a) Dois segmentos de recta paralelos.

b) Um segmento da recta perpendicular a [AE].

2. Traça uma recta paralela à recta **r**, que passe no ponto **P**, de cor verde e uma perpendicular à recta **r**, que passe no ponto **P**, de cor vermelha.



3. Observa as figuras.



a) Algum dos ângulos te parece um ângulo recto? Verifica.

b) Quais são os ângulos agudos?

c) Mede a amplitude de cada um deles.

4. Utilizando um transferidor, traça:

a) Um ângulo de 65°.

b) Um ângulo de 140°.

c) Um ângulo recto.

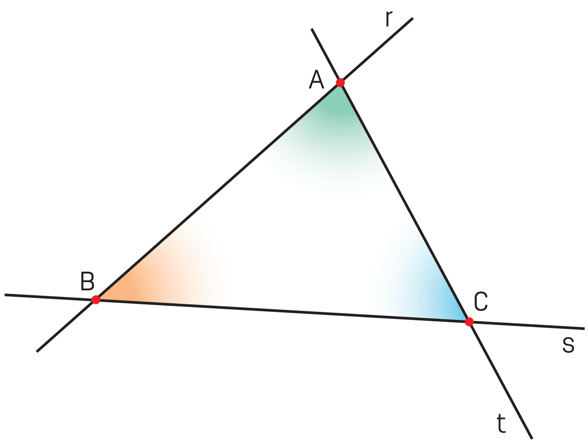
3.3 Triângulos

Conceito de triângulo

Já estudámos as posições relativas entre pontos e recta. Vimos que, dados um ponto e uma recta, pode existir uma das seguintes relações:

- A recta passa num ponto, ou seja, o ponto pertence à recta.
- A recta não passa pelo ponto, ou seja, o ponto não pertence à recta.

Vamos definir três pontos **A**, **B** e **C** não pertencentes à mesma recta e traçar três rectas **r**, **s** e **t**, de modo que cada uma passe por dois pontos:



Três pontos quaisquer não situados numa mesma recta, com três segmentos de recta formando três ângulos internos, determinam um triângulo. Neste caso, os pontos A, B e C determinam um triângulo, que se pode designar por triângulo ABC.

Elementos de um triângulo

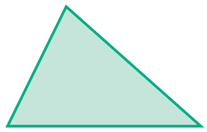
Para o caso representado na figura acima, os elementos são:

- **Vértices** do triângulo ABC: são os pontos A, B e C.
- **Lados** do triângulo ABC: são os segmentos [AB], [BC] e [AC].
- **Ângulos** do triângulo ABC: são ∢ ABC , ∢ BCA e ∢ BAC.

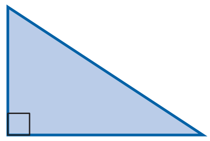
Classificação de triângulos quanto à amplitude dos seus ângulos e quanto à medida de comprimento dos seus lados

Quanto à amplitude dos ângulos, os triângulos classificam-se em:

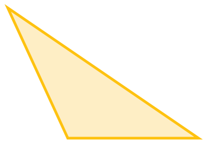
Triângulo acutângulo – tem todos os seus três (3) ângulos internos agudos, ou seja, menores que 90º.



Triângulo rectângulo – tem um (1) ângulo interno recto (90º) e dois outros ângulos internos agudos.

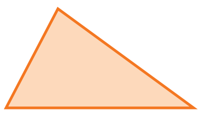


Triângulo obtusângulo – tem um (1) ângulo interno obtuso, ou seja, com amplitude maior que 90º e menor que 180º.

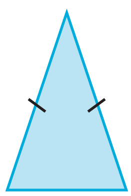


Quanto à medida de comprimento dos lados, os triângulos classificam-se em:

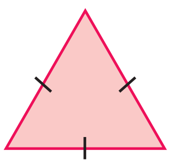
Triângulo escaleno – tem os seus três (3) lados com comprimentos diferentes.



Triângulo isósceles – tem dois (2) lados com o mesmo comprimento.



Triângulo equilátero – tem todos os seus três (3) lados com o mesmo comprimento.



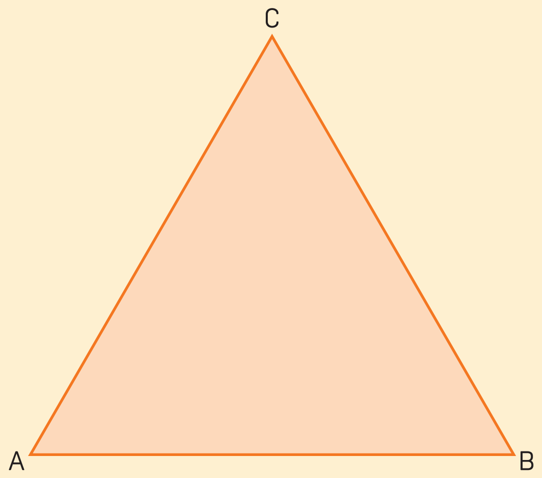
Exercícios

1. Mede, em centímetros, o comprimento dos lados do triângulo [ABC] e completa:

a) $\overline{AB}$ =

b) $\overline{BC}$ =

c) $\overline{AC}$ =



2. Quanto aos lados, o triângulo [ABC] é ____________________

3. Mede, em graus, a amplitude dos ângulos do triângulo [ABC] e completa:

a) $B\hat{A}C$ = ____________________

b) $A\hat{B}C$ = ____________________

c) $A\hat{C}B$ = ____________________

4. Quanto à amplitude dos ângulos internos, o triângulo [ABC] é ____________________

5. Usando a régua, desenha em papel quadriculado:

a) um triângulo escaleno;

b) um triângulo isósceles;

c) um triângulo equilátero;

d) um triângulo rectângulo.

6. Assinala com um (**V**) as afirmações verdadeiras e com um (**F**) as afirmações falsas.

☐ Num triângulo isósceles todos os lados são iguais.

☐ O triângulo rectângulo tem um ângulo recto.

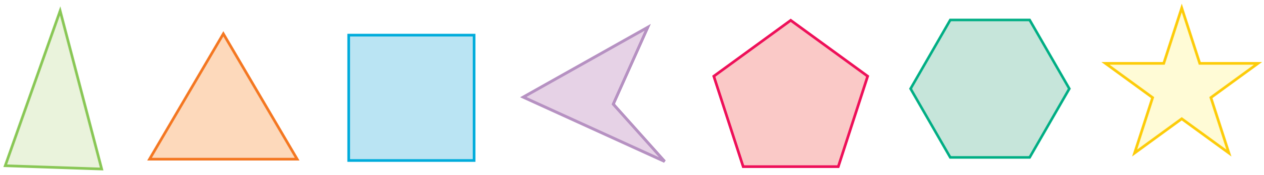
☐ O triângulo tem lados, vértices e ângulos.

☐ O triângulo equilátero não é um triângulo isósceles.

3.4 Polígonos

Conceito de polígonos. Classificação de polígonos

Na aula de Matemática, a Cláudia esteve a desenhar algumas figuras geométricas com a ajuda de uma régua. Essas figuras estão apresentadas abaixo.



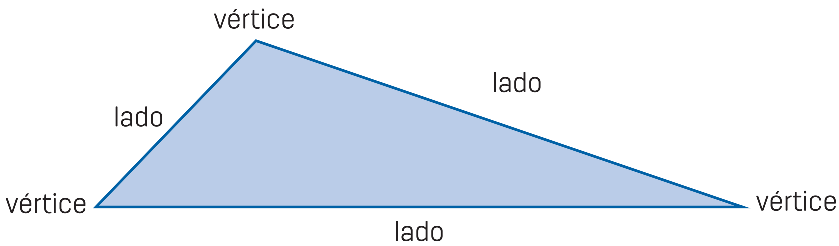
Observa que todas elas estão limitadas por segmentos de rectas.

Sabes que nome recebe este tipo de figuras? São chamados de **polígonos**.

Polígonos são figuras geométricas planas limitadas por segmentos de rectas. E esta linha fechada, constituída de segmentos de rectas, chama-se **linha poligonal**.

Exemplo:

Tu conheces o nome do polígono abaixo?



Este polígono tem 3 lados e 3 vértices. E, como sabes, é um **triângulo**.

Portanto, o triângulo, o quadrado e o rectângulo são polígonos.

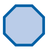
Entre os polígonos pintados pela Cláudia, existem aqueles em que todos os seus lados têm o mesmo comprimento e todos os seus ângulos internos têm a mesma amplitude. Estes são **polígonos regulares.**

Polígonos regulares são aqueles polígonos cujos lados têm o mesmo comprimento e todos os seus ângulos internos têm a mesma amplitude.

Classificação dos polígonos quanto aos seus lados

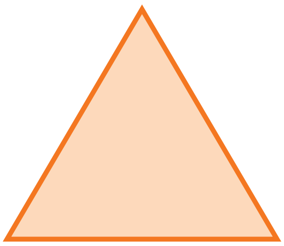
Os polígonos têm nomes especiais, conforme o número de lados.

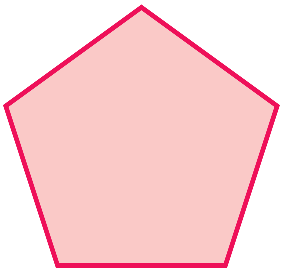
Repara:

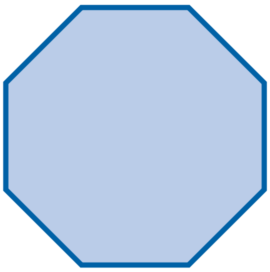
Polígono	N.º de lados	Nome do polígono
	3	Triângulo (ou Trilátero)
	4	Quadrilátero
	5	Pentágono
	6	Hexágono
	8	Octógono
	10	Decágono

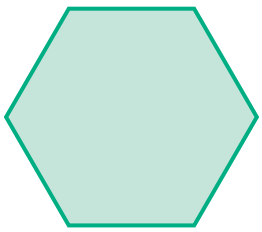
Exercício

Classifica os polígonos seguintes.

a) 

b) 

c) 

d) 

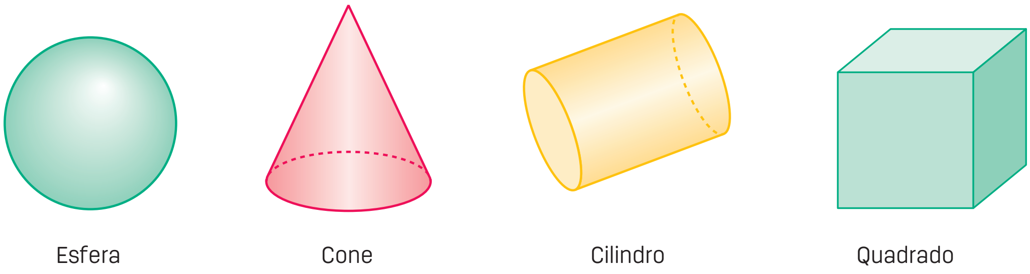
3.5 Poliedros

Conceito de poliedros. Classificação de poliedros

Nas classes anteriores já estudaste **sólidos geométricos**.

Alguns sólidos são formados apenas por superfícies curvas, outros por superfícies curvas e planas, como podes ver no exemplo abaixo.

Exemplos de sólidos

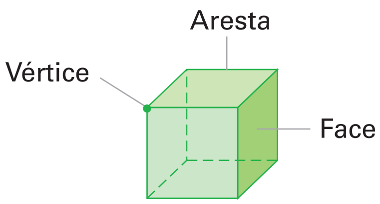


Reparaste que existem sólidos que são constituídos apenas por superfícies planas que apresentam a forma de figuras planas conhecidas (os polígonos)? Estes sólidos chamam--se **poliedros**.

Poliedros são os sólidos geométricos limitados apenas por polígonos. Caso contrário, os sólidos denominam-se **não poliedros**.

Todos os poliedros apresentam os seguintes elementos:

- **Faces**: são os polígonos que limitam o poliedro. Cada face de um poliedro é um polígono, podendo ser triângulos, quadriláteros, ou outros.
- **Arestas**: são os segmentos de recta resultantes do encontro de duas faces.
- **Vértices**: são os pontos resultantes do encontro de três ou mais arestas.



Existe uma variedade de poliedros, entre eles os prismas e as pirâmides.

Como já estudaste, um poliedro é um sólido geométrico que tem todas as superfícies planas (prismas, pirâmides, entre outros). Um poliedro tem vértices, arestas e faces (bases e faces laterais).

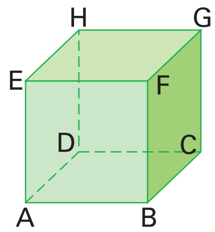
Um outro grupo de sólidos é constituído por aqueles em que todas as faces são superfícies planas.

Prismas. Elementos e propriedades. Planificação

Os **prismas** são poliedros formados por duas bases poligonais iguais e paralelas, ligadas por faces laterais.

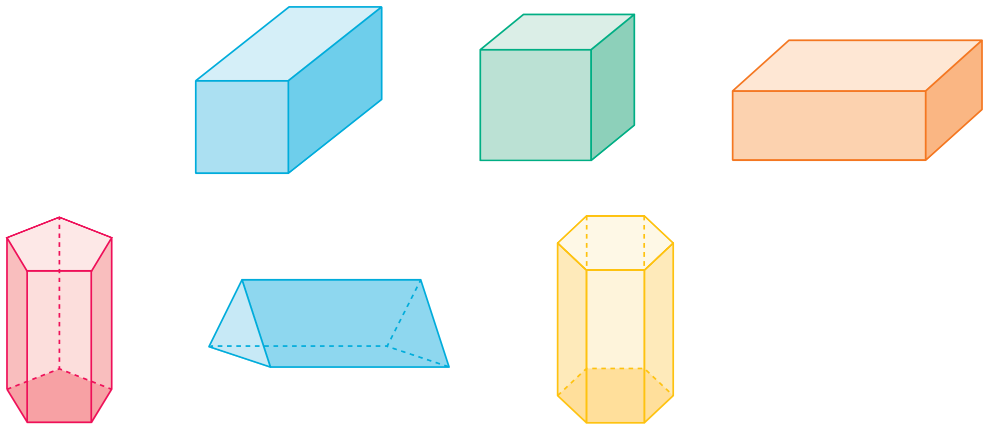
Elementos de um prisma

Observa o prisma ao lado. Nesse prisma podemos identificar os seguintes elementos:



- Duas bases: ABCD e EFGH (polígonos iguais)
- Faces laterais: ABFE, BCGF, CDHG e DAEH (paralelogramos)
- Arestas das bases: [AB], [BC], [CD], [DA], [EF], [FG], [GH] e [HE]
- Arestas laterais: [AE], [BF], [CG] e [DH]
- Altura (coincide com as arestas que unem as bases)

Outros exemplos de prismas:



Os **prismas** são sólidos cujas faces laterais são paralelogramos.

Os prismas classificam-se segundo o tipo de polígonos que constituem as suas bases. Por exemplo:

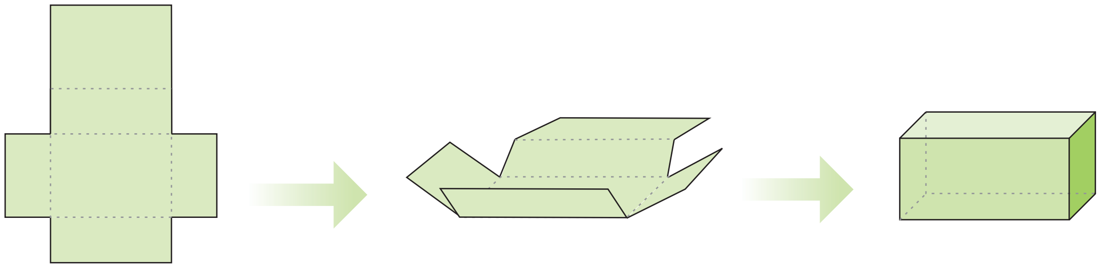
- Se a base for um triângulo, o prisma designa-se por **prisma triangular**.
- Se a base for um quadrado, designa-se por **prisma quadrangular**.
- Se a base for um pentágono, designa-se por **prisma pentagonal**.

Num prisma:

- Existem duas bases.
- O número de faces laterais é igual ao número de lados da base.
- O número de arestas é o triplo do número de lados da base.
- O número de vértices é igual ao dobro do número de lados da base.

Paralelepípedos. Elementos e propriedades. Planificação

Os prismas constituem um caso particular de poliedros, pois um dos tipos de prismas é representado pelos **paralelepípedos**. A particularidade destes poliedros é que as suas bases e as suas faces laterais são paralelogramos que vais estudar em seguida.



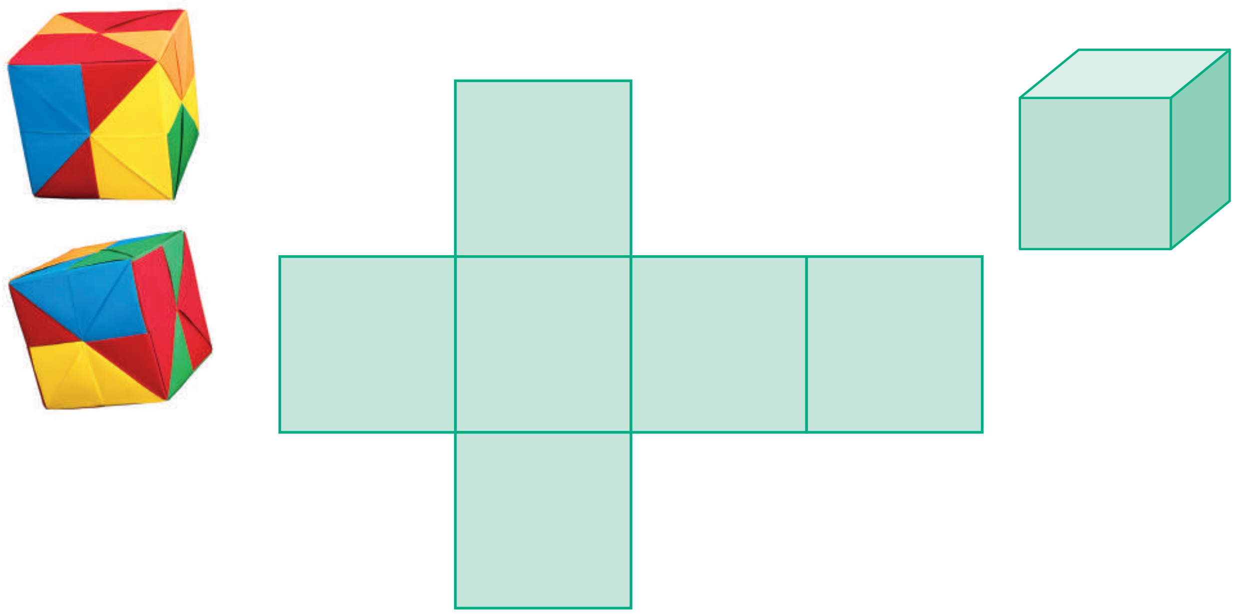
Planificação Dobragem Modelo

Cubos. Elementos e propriedades. Planificação

Os **cubos** podem ser considerados casos particulares de prismas, por uma razão muito simples: as suas faces são todas iguais.

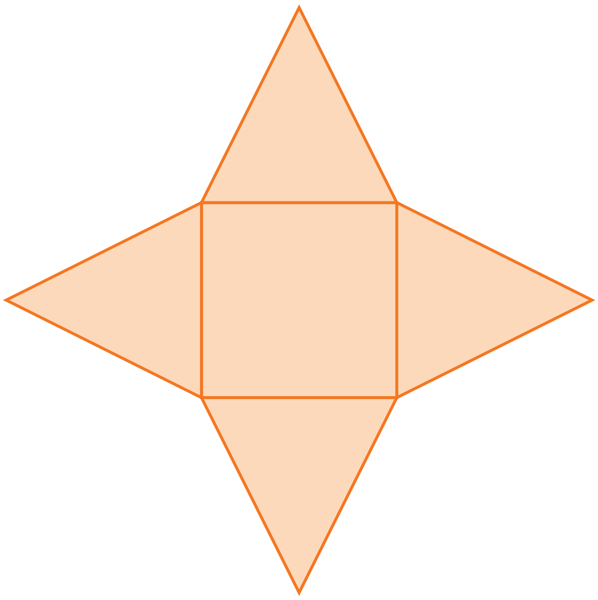
> Os sólidos cujas faces laterais são quadrados chamam-se **cubos**. Os cubos têm a particularidade de terem sempre todas as suas faces iguais.

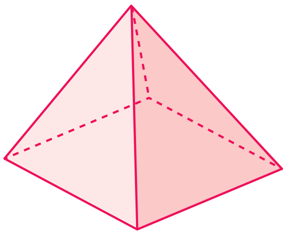
Na verdade, como podes observar nas figuras abaixo, as suas faces são planas, são 6, e o polígono que constitui cada uma dessas faces é sempre um quadrado. Como também já sabes, um quadrado é um polígono que tem os lados todos iguais.

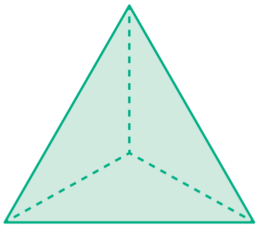


Pirâmides. Elementos e propriedades. Planificação

As **pirâmides** são poliedros formados por uma base poligonal. As faces laterais deste poliedro têm uma particularidade: são sempre constituídas por triângulos. Estas faces unem-se ao polígono da base e também a um ponto, no topo do poliedro, que é o seu vértice superior, como podes observar nas figuras abaixo.

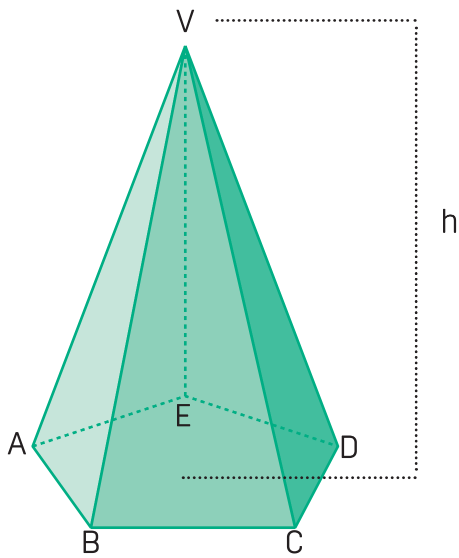






Elementos de uma pirâmide

Considera a pirâmide ao lado.



Os seus elementos são:

- Vértice superior: V.
- Base (polígonos): ABCDE.
- Faces laterais (triângulos): ABV, BCV, CDV, DEV e EAV.
- Arestas da base: [AB], [BC], [CD], [DE], [EA].
- Arestas laterais: [VA], [VB], [VC], [VD], [VE].
- Vértices da base; A, B, C, D, E.
- Altura (h): distância entre o vértice e o ponto do plano que contém a base.

As pirâmides classificam-se segundo o tipo de polígonos que constituem as suas bases: por exemplo, se a base for um quadrado, a pirâmide designa-se por quadrangular; se a base for um triângulo, designa-se por triangular.

Numa pirâmide:

- Existe apenas uma base.
- O número de faces laterais é igual ao número de lados da base.
- O número de arestas é o dobro do número de lados da base.
- O número de vértices é mais um que o número de lados da base.

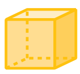
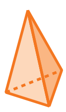
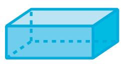
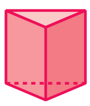
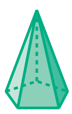
Os sólidos cujas faces laterais são triângulos chamam-se **pirâmides**. As pirâmides classificam-se segundo o polígono da face de base.

Exercícios

1. Observa na tua sala de aula alguns objectos que tenham a forma de prismas e pirâmides e completa:

- As faces laterais dos prismas são ____________________
- As faces laterais das pirâmides são ____________________

2. Procura, na colecção da tua escola, os sólidos representados na tabela seguinte. Observa-os e completa no teu caderno com a informação respectiva.

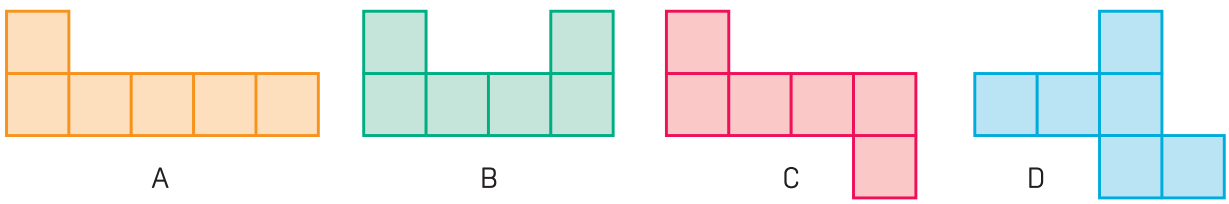
Sólido	Nome	N.º de faces	N.º de arestas	N.º de vértices	Polígono de base
					
					
					
					
					

Actividade de construção de modelos de sólidos

Como na escola do Paulo e do Manuel há poucos modelos de sólidos geométricos, os alunos resolveram construir alguns.

Faz, em papel quadriculado, uma planificação como a do Manuel e tenta construir o cubo.

O Paulo achou que o Manuel tinha tido uma boa ideia e decidiu arranjar outras planificações do cubo.



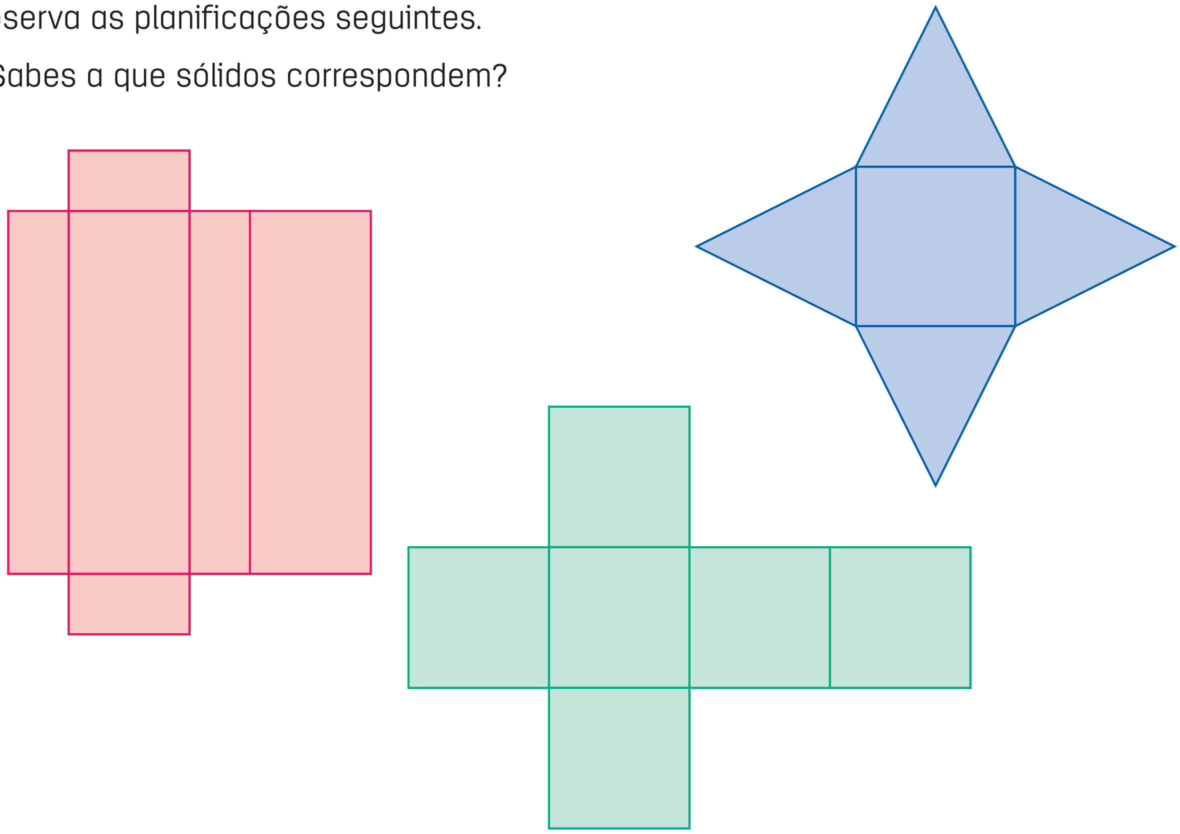
Mas será que todos estes desenhos acima são planificações do cubo?

Dos desenhos feitos pelo Paulo, quais são afinal planificações do cubo?

Certifica-te da tua resposta, reproduzindo as diferentes figuras em papel quadriculado, recortando-as e tentando a montagem dos cubos.

Observa as planificações seguintes.

- Sabes a que sólidos correspondem?

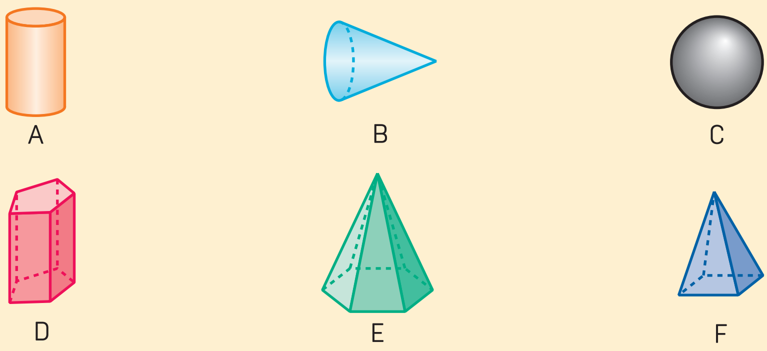


- Reproduz estas planificações em cartolinas ou papel grosso.
- Recorta, dobra e cola com bocadinhos de fita-cola.
- Obtiveste os sólidos que esperavas?

Exercícios

1. Na figura seguinte estão representados alguns sólidos geométricos.

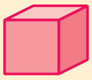
a) Indica no teu caderno o nome de cada um dos sólidos.

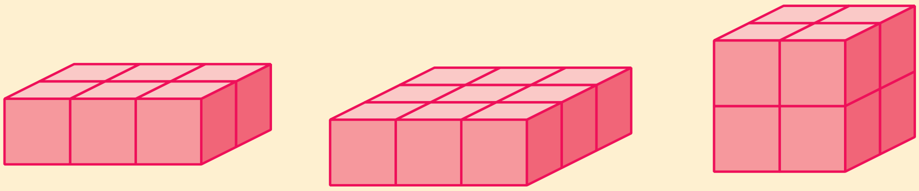


b) Quantas faces, arestas e vértices têm os sólidos B, D e E?

2. Indica se é verdadeira (**V**) ou falsa (**F**) cada uma das afirmações.

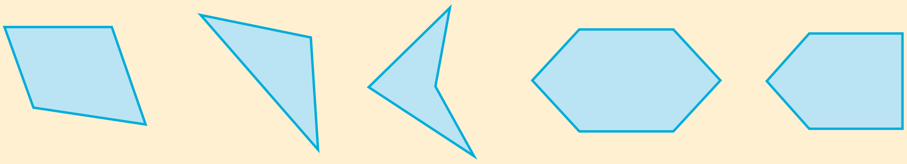
- ☐ Há prismas com 15 arestas.
- ☐ Há pirâmides com 15 arestas.
- ☐ O cone tem duas bases.
- ☐ Os cubos são prismas.
- ☐ As bases de um cilindro são círculos.
- ☐ Há pirâmides com 9 arestas.
- ☐ As faces laterais dos prismas são rectângulos.
- ☐ As faces laterais das pirâmides são triângulos.

3. Quantos cubos  foram necessários para construir cada um dos seguintes sólidos?



4. Na figura seguinte estão representados alguns polígonos.

Classifica estes polígonos quanto ao número de lados.

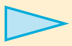
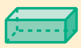


A B C D E

5. A Maria recortou, em cartolina, polígonos com as seguintes formas:

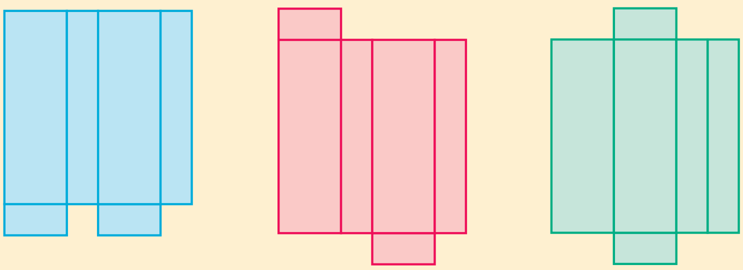
a) Completa a tabela ao lado, indicando o número de peças de cada tipo que a Maria utilizou para construir os sólidos representados.

b) Estes sólidos são poliedros? Justifica a tua resposta.

6. Qual ou quais das figuras seguintes são planificações de um paralelepípedo rectângulo?

Verifica se a tua resposta está correcta, reproduzindo as figuras em papel quadriculado, recortando e tentando construir os sólidos.



3.6 Perímetro, área, volume e capacidade

Perímetro de polígonos

Vamos agora voltar ao estudo de polígonos para determinar o seu perímetro.

Mas afinal o que é o perímetro de uma figura geométrica plana?

Recorda

O perímetro de uma figura geométrica plana é o comprimento da linha que a contorna, ou seja, da linha poligonal fechada que a contorna.
O perímetro corresponde, assim, à soma de todos os lados de uma figura geométrica poligonal.

Perímetro de triângulos

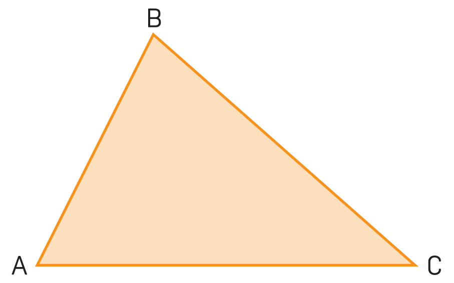
Observa o polígono representado na figura.

Com a tua régua mede o comprimento de cada um dos lados e completa:

$\overline{AB} =$

$\overline{BC} =$

$\overline{AC} =$



- Qual o perímetro do triângulo?

Atenção

P △ = a + b + c, em que a, b, e c são as medidas de comprimento dos lados do triângulo.

Então, o perímetro P do triângulo [ABC] é igual a ______________________ cm.

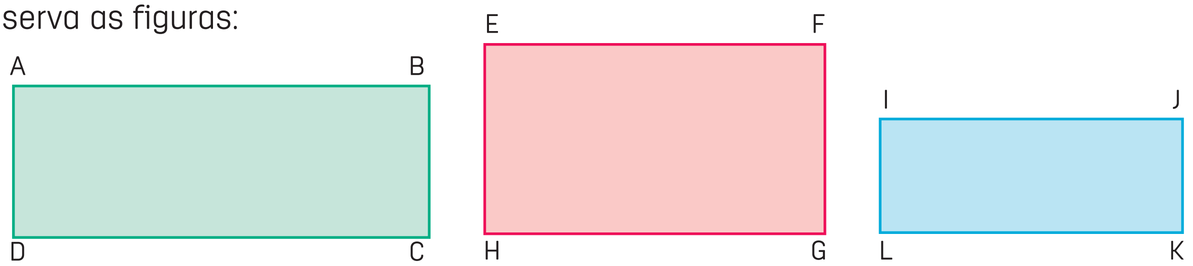
Perímetro de rectângulos

Um **rectângulo**, como sabes, tem os seus lados iguais «dois a dois». O perímetro é calculado, somando os comprimentos de todos os lados.

Atenção

P ▭ = c + c + l + l = 2c + 2l, em que c é a medida de comprimento e l, a medida da largura do rectângulo.

Observa as figuras:



Se medires o perímetro do rectângulo [ABCD], podes verificar que tem 14 cm de perímetro. E qual é o perímetro do rectângulo [EFGH]? E o perímetro do rectângulo [I J K L]?

Verificaste, certamente, que dois dos rectângulos têm o mesmo perímetro.

Observa de novo as figuras e completa, no teu caderno, a tabela seguinte:

Rectângulo	Perímetro (cm)	Comprimento (cm)	Largura (cm)
[ABCD]	14	5,5	
[EFGH]			2,5
[I J K L]			

Exercícios

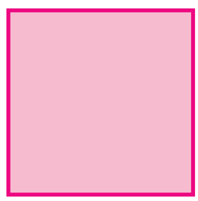
1. Um terreno rectangular tem 30 m de comprimento e 25 m de largura.
   - Calcula o perímetro do terreno.
2. Calcula, em centímetros, o perímetro do rectângulo [ABCD], sabendo que:

   $\overline{AB} = 3$ cm

   $\overline{BC} = 18$ mm

Perímetro de quadrados

Um **quadrado**, como sabes, tem os seus lados todos iguais. O perímetro do quadrado é calculado do mesmo modo que o perímetro do rectângulo: somam-se as medidas de comprimentos de todos os seus lados.



Exercícios

1. Um quadrado tem 5 cm de lado.
   - Qual é o seu perímetro?
2. Determina o perímetro de um terreno quadrado com 14,5 m de lado.

Perímetro de círculos (comprimento da circunferência)

Até agora recordaste algumas figuras e aprendeste a calcular o seu perímetro.

Agora, vais aprender a calcular o perímetro do círculo, através do comprimento da circunferência, que é a linha curva que limita o círculo. Já sabes medir o comprimento do perímetro de um círculo, usando um fio ou uma fita métrica.

Entretanto, vais usar um novo processo para calcular o perímetro do círculo.

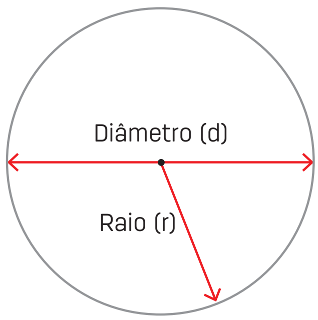
Arranja três moedas: uma de kz 1,00, outra de kz 5,00 e a terceira de kz 100,00. Mede os seus respectivos diâmetros. Marca na ponta de cada moeda uma mancha de tinta. Coloca as moedas na posição vertical de modo que a mancha esteja em contacto com a recta. Em seguida, roda-as até as fazer dar uma volta completa.

Exemplo:

Depois de as rodar, encontramos pontos finais feitas pela mancha de tinta, através da volta completa que a moeda fez. Mede a distância entre os dois pontos nos três casos.

Reparaste, certamente, que quanto maior for o diâmetro da face, maior será a distância entre os dois pontos. Observa a figura.

> O perímetro de um círculo é igual ao diâmetro da circunferência que o delimita vezes π, ou seja:
> $P = d \times \pi$ ou ainda $P = 2\pi \times r$.



Divide cada distância obtida pelo respectivo diâmetro. Reparaste também que o quociente é sempre «três vírgula catorze».

A este valor constante chama-se pi (π) e usa-se a letra grega π (pi) para representá-lo.

O número π é aproximadamente igual a 3,14 ou $\frac{22}{7}$ e os 35 primeiros algarismos decimais de π são os seguintes:

π = 3,14 169 265 358 972 323 846 832 795 028 841 971.

Exercícios

1. Numa folha, desenha vários círculos, cujos diâmetros sejam iguais a 2 cm, 4 cm, 6 cm, 8 cm, 10 cm e 12 cm.

   Completa a tabela seguinte.

Diâmetro d em cm	2	4	6	8	10	12
Perímetro P em cm			18,84 cm			
Quociente $\frac{P}{d}$ $\frac{P}{d}$			3,14			

2. Desenha circunferências, utilizando o teu compasso.
   - 5 cm
   - 6 cm
   - 3,5 cm.
   - Calcula o comprimento de cada uma delas.

3. Calcula o comprimento de uma circunferência cujo raio seja igual a:
   - 5,8 cm
   - 1 km
   - 6,4 m
   - 17,6 cm

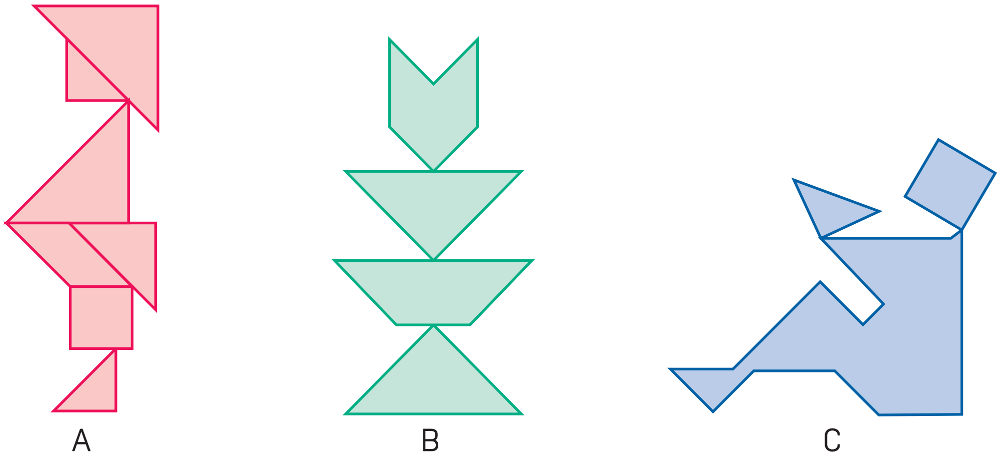
4. Os perímetros de quatro círculos são respectivamente:
   - 5,2 mm; 43,1 mm; 17, 2 cm; 2, 84 m.
   - Calcula, em cada um dos casos, o diâmetro e o raio da circunferência.

Área de polígonos

Como podemos definir a área de uma figura geométrica bidimensional?

A **área** é a quantidade de superfície ocupada por uma figura geométrica bidimensional, ou seja, uma figura com duas dimensões.
Como exemplos de figuras bidimensionais, temos o quadrado e o rectângulo.

Repara nas figuras seguintes:



Estas figuras foram construídas com as peças de um **Tangram**, que é um jogo de paciência de origem chinesa. O jogo tem 7 peças – 5 triângulos e 2 quadriláteros – que resultam da divisão de um quadrado, como a figura indica.

Vais ver como este jogo é divertido!

Passa para uma folha de cartolina a figura **T**. Recorta as 7 peças e tenta construir as figuras B e C representadas acima.

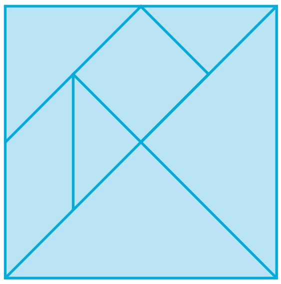
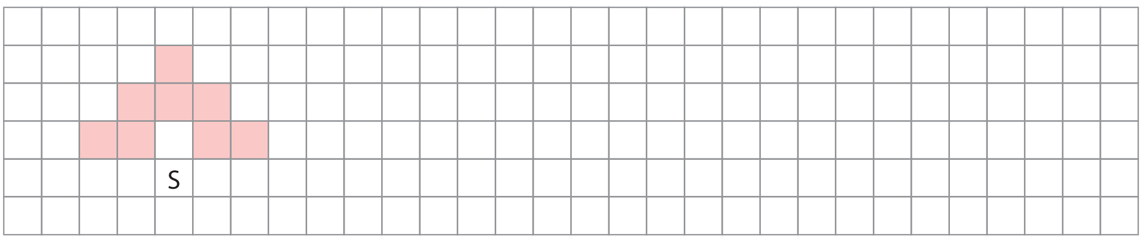


Figura **T**

Já conseguiste?

As figuras A, B e C não são geometricamente iguais, mas foram construídas com as mesmas peças. A, B e C têm pois a mesma área – são figuras **equivalentes**.

Representa agora duas superfícies equivalentes à superfície S, mas que não sejam geometricamente iguais a S.



Área de quadrados

As unidades de área adoptadas internacionalmente são sempre **áreas de quadrados**. Tal acontece porque sendo o **quadrado** um polígono de quatro lados iguais (quadrilátero), o cálculo da sua área obtém-se simplesmente **multiplicando** a medida de comprimento de dois dos seus lados.

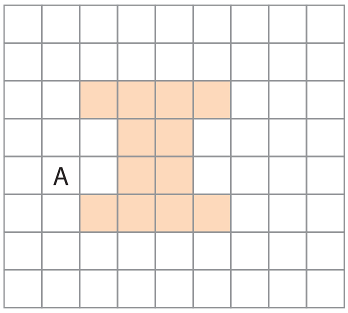
Recorda

Área de um quadrado = lado × lado
A □ = l × l (sendo l a medida de cada lado)

A aplicação prática desta característica de um quadrado tornou-se muito frequente, dando origem às unidades de medida de área, como é o caso do **metro quadrado**.

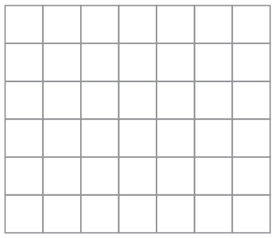
Observa agora a figura seguinte, onde está representada a superfície **A**.

Sabendo que a área de cada quadradinho mede 8 m^2, qual será a área do espaço sombreado na figura?



Exercício

Determina a medida da área da superfície ao lado, sabendo que cada quadradinho tem 2 metros de lado.



Recorda

Unidades de medida de área:

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2

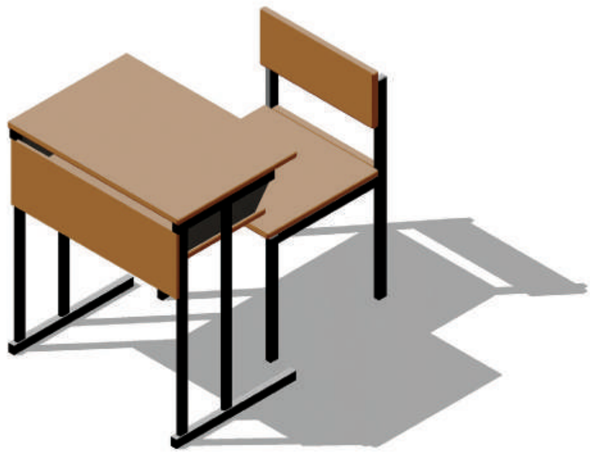
Atenção

Cada unidade de medida de área é cem vezes maior do que a unidade de medida seguinte e cem vezes menor do que a unidade de medida anterior.

Por exemplo, $1\ m^2 = 100\ dm^2$; $1\ m^2 = 0{,}01\ dam^2 = \frac{1}{100}\ dam^2$

Aplica agora o uso destas unidades para medir uma determinada área.

- Desenha numa folha de papel quadriculado um quadrado com 1 dm de lado.
- Recorta-o.
- Usando o dm^2 como unidade, tenta medir a área do tampo da tua carteira.



Medidas agrárias

Para medir a área de terrenos agrícolas, utilizam-se as medidas agrárias. A unidade principal é o **are**, mas usa-se normalmente o hectare (ha) como unidade principal agrária.

miliare	hectare	are	centiare
hm	ha	a	ca

Um múltiplo do are é o hectare (100 vezes o are) e o submúltiplo é o centiare (0,01 vezes are).

1 a = 100 m^2 1 ha = 100 a = 10 000 m^2 1 ca = 0,01 a = 1 m^2

Exercícios

1. Completa:

- 1 m^2 = ____________________ dm^2
- 2,5 m^2 = ____________________ dm^2
- 1 dm^2 = ____________________ cm^2
- 17 000 m^2 = ____________________ hm^2
- 1 cm^2 = ____________________ mm^2
- 0,12 km^2 = ____________________ dam^2

2. Completa:

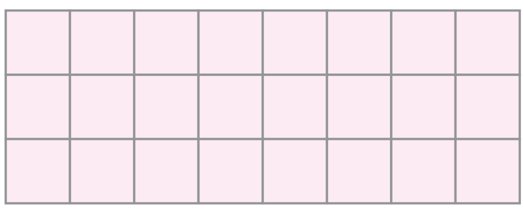
- 12,5 ha = ____________________ hm^2
- 6 ha = ____________________ m^2
- 100 m^2 = ____________________ ha

Área de rectângulos

Como já sabes, um rectângulo é um polígono quadrilátero com os lados iguais dois a dois. Como calcular a sua área?
A figura representa um rectângulo totalmente coberto por quadrados geometricamente iguais e escolhidos como unidade de medida de área, isto é, $1m^2$

$1m^2$

Unidade de medida



Se contarmos, um por um, o número de quadrados, perceberemos que a área desse rectângulo é igual a $24m^2$. Observa que esta área resulta da identificação, no rectângulo, de 8 colunas cada uma com 3 quadradinhos, isto é, $24m^2 = 8m \times 3m$, ou ainda 3 linhas cada uma com 8 quadradinhos, isto é, $24m^2 = 3m \times 8m$. Neste caso, 8m é a medida do comprimento do rectângulo e 3, a medida da largura do rectângulo.

Pode-se perceber que:

O cálculo da sua área obtém-se, multiplicando o comprimento (medida dos seus lados maiores) pela largura (medida dos seus lados menores).

Recorda

Área de um rectângulo = comprimento × largura
A ▭ = c × l (sendo c a medida do comprimento e l a medida da largura)

Observa agora a figura, na qual estão representados 3 rectângulos.

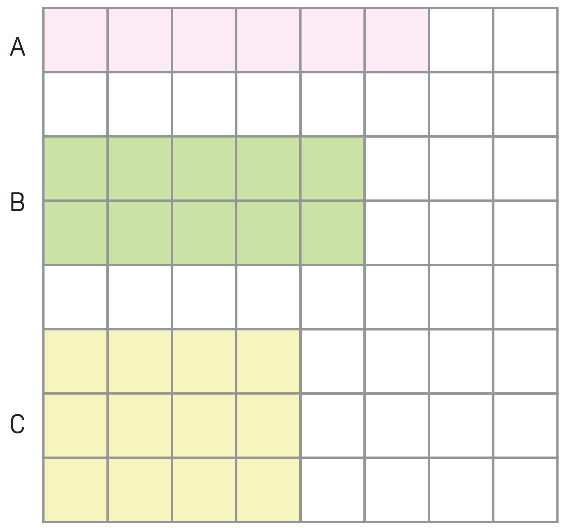
Considera o quadrado ao lado, de 1 cm^2, como unidade de medida da área.

Repara que o rectângulo A tem 14 cm de perímetro.

E qual é o perímetro do rectângulo B? E o perímetro do C?

Verificaste, certamente, que os três rectângulos têm o mesmo perímetro.

Mas terão também os três rectângulos a **mesma área**?



Tu sabes que cada quadrícula tem 1 cm^2 de área. Conta então as quadrículas e completa:

- área de A = ____________
- área de B = ____________
- área de C = ____________

Ora, podes assim concluir que os três rectângulos, embora tenham o mesmo perímetro, não têm a mesma área.

Observa de novo a figura e completa a tabela seguinte:

Rectângulo	Perímetro (cm)	Área (cm^2)	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Comprimento × Largura
A	14	6	6	1	$6 \times 1 = 6$
B	14	10			
C	14	12			

Compara, agora, as colunas da tabela assinaladas com as setas (↑).

Repara na determinação da área do primeiro rectângulo. O que verificas?

Área do rectângulo = comprimento × largura

$$A = c \times l$$

Lê o que o Jorge disse, ao falar da determinação de áreas de quadrados no balão da figura ao lado. Como já viste, podes então escrever:

$$A = \text{lado} \times \text{lado}$$

Mas podes também escrever:

$$A = l^2$$

Exercícios

1. Um lago rectangular tem 30 m de comprimento e 25 m de largura.

- Calcula a área do lago.

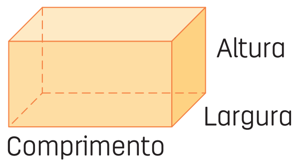
2. Um quadrado tem 5 cm de lado.

- Qual é a sua área?
- Qual é o seu perímetro?

Volume de sólidos

O **volume** é a quantidade de espaço ocupado por uma figura geométrica tridimensional, ou seja, com três dimensões: comprimento, largura e altura.

Como exemplos de figuras tridimensionais, temos o paralelepípedo, prisma, pirâmide e cubo. Em seguida, vamos aprender como calcular o volume de alguns destes sólidos.

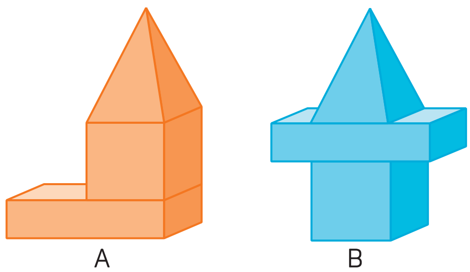


Volume de paralelepípedos e de cubos

A Carmen está a brincar com as peças de um jogo.

Primeiro fez a construção **A**.

Depois desmanchou-a e fez outra: a **B**.

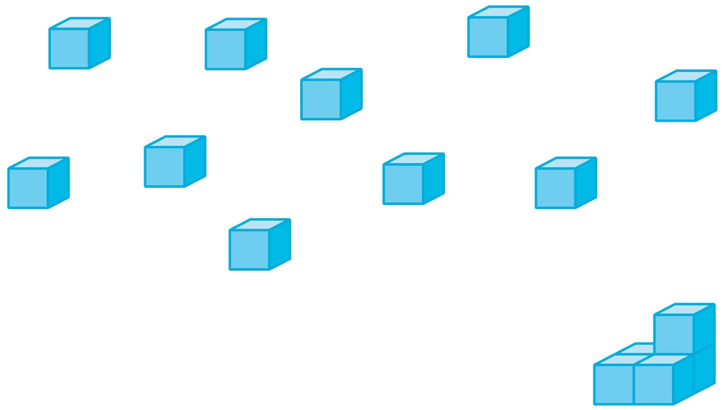


As duas construções geométricas que ela obteve não têm a mesma forma, mas foram feitas com as mesmas peças – ocupam o mesmo espaço.

Se pensarmos nestas construções geométricas como sólidos, podemos dizer que **A** e **B** são sólidos equivalentes – têm o mesmo **volume**.

Medições de volume – Unidades de volume

O Rui tem uma colecção de cubos equivalentes.



A

De quantos cubos precisa para obter a construção geométrica **A**?

As unidades de volume adoptadas têm como base o volume de um cubo. Tal acontece porque, sendo o cubo um sólido com as faces todas iguais, o cálculo do seu volume obtém-se, **multiplicando as medidas de comprimento de três das suas arestas ou as suas medidas de comprimento, largura e altura**.

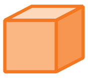
> **Recorda**
> A unidade fundamental de medida de volume é o **metro cúbico** (m^3).
> O **metro cúbico** é o volume de um cubo com 1 metro de aresta.

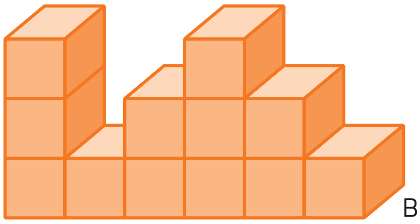
Quilómetro cúbico	Hectómetro cúbico	Decâmetro cúbico	Metro cúbico	Decímetro cúbico	Centímetro cúbico	Milímetro cúbico
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3

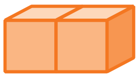
Nota: Cada unidade de medida de volume representada nesta tabela é mil vezes maior que a unidade seguinte e mil vezes menor que a unidade anterior.

Exemplo: 1 m^3 = 1000 dm^3; 1 m^3 = 0,001 dam^3.

Observa a figura seguinte, na qual podes ver representada a construção geométrica **B**.

Tomando o volume de , como unidade, a medida do volume de B é 12 cm^3.



Tomando como unidade o volume de , a medida do volume de B é ____________.

Como já referido, a unidade fundamental de medida de volume do sistema métrico é o **metro cúbico** (m^3).

Assim, habitualmente só se utilizam os submúltiplos de metro cúbico:

- O **decímetro cúbico**

  1 dm^3 – volume de um cubo com 1 dm de aresta.

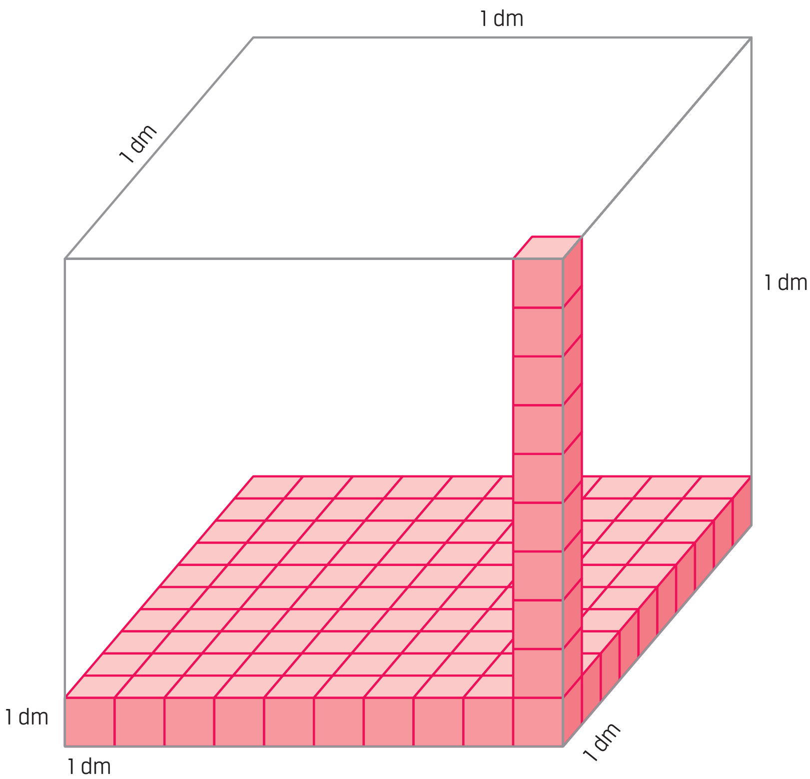
- O **centímetro cúbico**

  1 cm^3 – volume de um cubo com 1 cm de aresta.

- O **milímetro cúbico**

  1 mm^3 – volume de um cubo com 1 mm de aresta.

Observa a caixa cúbica representada na figura seguinte:



- Podes cobrir o fundo da caixa com uma camada de:

  10×10 ou seja 100 cubos

- Para encher a caixa são necessárias 10 camadas:

  10×100 ou seja 1000 cubos

Então, a caixa tem de volume 1 dm³.

Leva exactamente 1000 cubos com 1 cm³ de volume.

Portanto: 1 dm³ = 1000 cm³

Quantos cubos com 1 dm de aresta serão então necessários para encher uma caixa com 1 m de aresta?

Repara:

1 m³ = 1000 dm³

1 dm³ = 1000 cm³

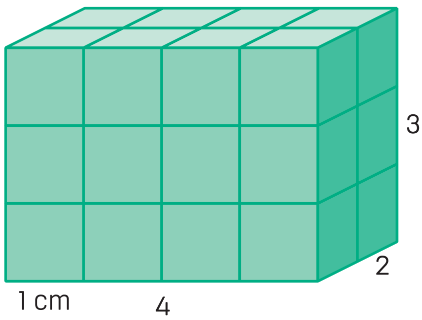
1 cm³ = 1000 mm³

- Completa agora:

5 m³ = ______________ dm³ 0,25 cm³ = ______________ mm³

0,2 dm³ = ______________ cm³ 1400 dm³ = ______________ m³

Volume de paralelepípedos rectângulos



Observa a figura e segue com atenção o diálogo ocorrido na sala de aula.

Professor – Quem é capaz de me dizer qual é o volume deste paralelepípedo?

Isabel – Eu sei! Basta contar quantos cubos de 1 cm³ tem.

Ora, cada camada tem 4×2 cubos.

Como há 3 camadas, o número total de cubos é $3 \times 4 \times 2$, ou seja, 24 cubos.

Alberto – É isso mesmo. Então, o paralelepípedo tem 24 cm³ de volume.

Isabel – Mas é preciso estar sempre a contar cubinhos? Não haverá uma maneira mais prática de calcular o volume de um paralelepípedo?

Professor – Reparem que 4 cm, 2 cm e 3 cm são as dimensões do paralelepípedo – o comprimento, a largura e a altura.

Então, podemos escrever:

Volume de um paralelepípedo = comprimento × largura × altura.

V paralelepípedo = c × l × a

Volume de cubos

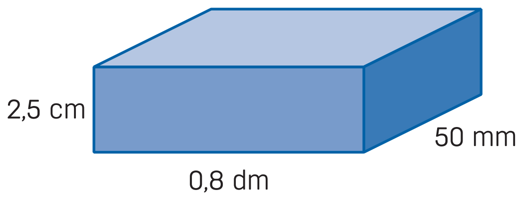
Como já aprendeste, o cubo é um caso particular dos poliedros: as suas faces são sempre iguais.

Podemos então escrever:

Volume de um cubo = comprimento × largura × altura.
Para o cubo: comprimento = largura = altura
Logo, podemos representá-los pela mesma letra "a", ou seja:
comprimento = largura = altura = a
Assim sendo: V cubo = a × a × a = a^3

Exercícios

1. Calcula o volume do paralelepípedo.



2. Calcula, em dm^3, o volume de um cubo com 5 cm de aresta.

Capacidade

A **capacidade** é a quantidade de espaço que um recipiente contém.

A capacidade está relacionada com a quantidade de espaço interior de um recipiente. Já o volume está relacionado com a quantidade de espaço exterior e interior de um recipiente.

Exemplo:

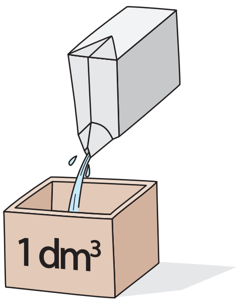
Um pacote de leite tem um volume exterior, pois ocupa espaço e este espaço pode ser medido em unidades cúbicas, mas também tem um volume interior que é a sua capacidade, uma vez que é possível enchê-lo com certa quantidade de leite, por exemplo 1 litro.

Para medir a quantidade de líquido que um recipiente pode conter, utilizam-se, normalmente, as unidades da capacidade. A unidade principal de medida de capacidade é o **litro**.

quilolitro	kl	1 kl = 1000 l
hectolitro	hl	1 hl = 100 l
decalitro	dal	1 dal = 10 l
litro	l	1 l
decilitro	dl	1 dl = 0,1 l
centilitro	cl	1 cl = 0, 01 l
mililitro	ml	1 ml = 0, 001 l

Uma caixa cúbica com 1 dm^3 de aresta leva exactamente 1 l.

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$



Exercício

Completa:

- 1,4 l = ______________ dl
- 0,2 dl = ______________ cl
- 5 dl = ______________ l
- 7,5 dl = ______________ cl
- 25 cl = ______________ l
- 18 dm^3 = ______________ l

Exercícios

1. Quantos metros de renda são necessários para pôr à volta duma toalha com 1,80 m de comprimento e 1,20 m de largura?

2. A figura ao lado representa um rectângulo.

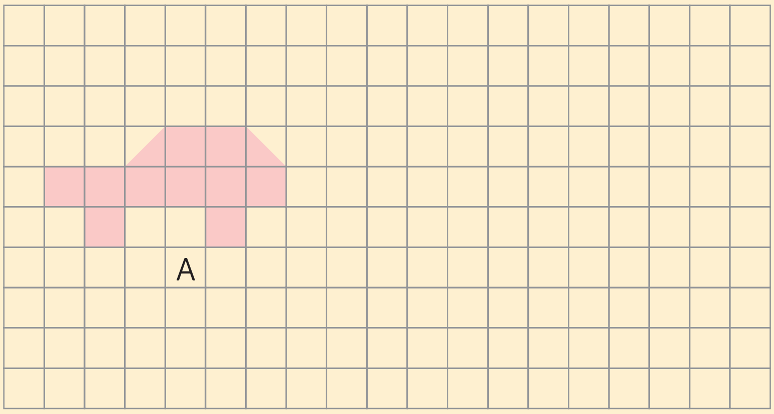
a) Mede o comprimento e a largura do rectângulo e completa:

- $\overline{AB}$ = ______________________
- $\overline{BC}$ = ______________________

b) Quanto medirá o lado de um quadrado de perímetro igual ao deste rectângulo?

3. Desenha um quadrado com 16 cm de perímetro.

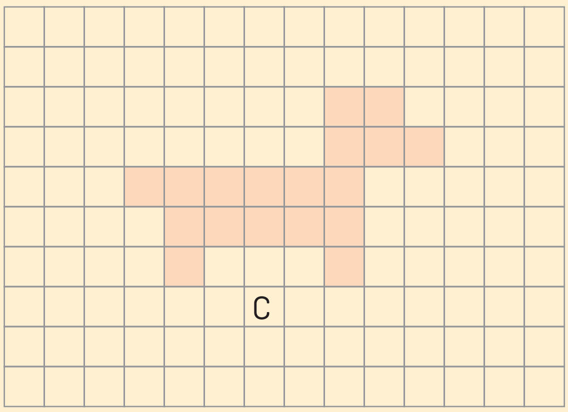
4. Representa uma superfície B equivalente à superfície da figura A, mas que não seja geometricamente igual a A.



5. Observa a figura C.

Determina a medida da área da superfície da figura C.

- Tomando como unidade a área de □ igual a 3 cm^2.
- Tomando como unidade a área de □ igual a 2,3 cm^2.

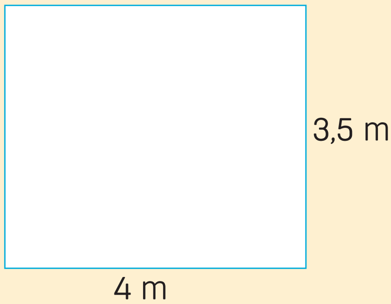


6. O Sr. Vítor comprou uma placa de madeira de forma rectangular com 1,20 m de comprimento e 80 cm de largura.

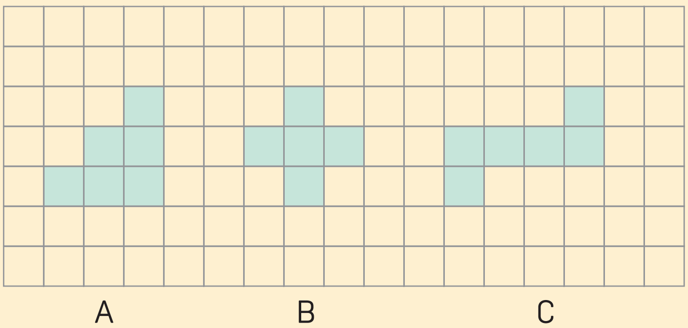
O preço do metro quadrado da madeira é kz 700,00. Quanto pagou o Sr. Vítor pela placa?

7. O Sr. Manuel quer pavimentar o chão da sala de jantar, representado na figura, com mosaicos quadrados de 25 cm de lado.

Quantos mosaicos serão necessários para pavimentar a totalidade do chão da sala de jantar?



8. Observa as figuras:



Tomando como unidade a área de um quadradinho que mede 4 dm^2, completa a seguinte tabela:

Medidas	A	B	C
Medida de área			
Medida de perímetro	12		

9. A tampa da caixa que vês na figura tem a forma de um rectângulo que tem 7 cm de comprimento.

a) Desenha-o sabendo que tem 20 cm de perímetro.

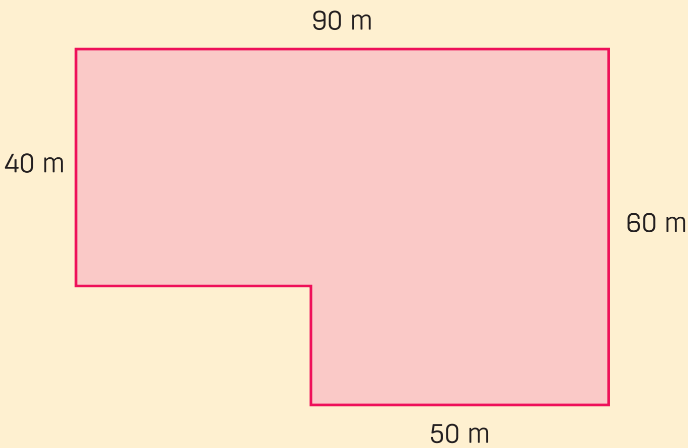
b) Qual é a área desse rectângulo?

10. O tampo duma mesa rectangular tem 54 cm^2 de área.

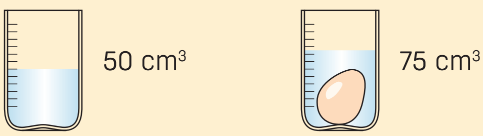
Calcula o comprimento da mesa sabendo que tem 60 cm de largura.

11. Vai ser construída uma escola e um campo de jogos no terreno representado na figura.

Qual é o perímetro do terreno?



12. Para calcular o volume de um ovo, a Isabel utilizou um copo graduado em cm^3. Qual é o volume do ovo?



13. Um camião-tanque transporta 40 m^3 de gasolina.

Numa bomba despejou 18 000 litros e noutra 7250 litros.

Com quantos litros de gasolina ficou ainda o camião?

14. Um depósito de água com a forma de paralelepípedo rectângulo tem as seguintes dimensões interiores:

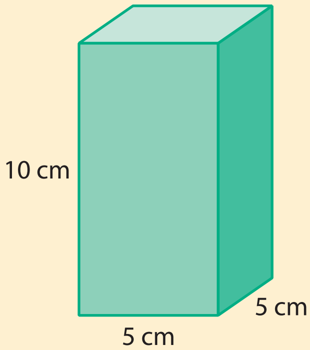
comprimento – 2 m

largura – 1,5 m

altura – 2,5 m

Quantos litros de água leva o depósito cheio?

15. Calcula o volume do sólido representado na figura.



16. O perímetro duma face de um cubo é 24 cm.

Qual é o volume do cubo?

Tema 4
Noção de Estatística

4.1 Introdução à Estatística

Breve historial

A palavra **estatística** tem origem do latim *status*, que significa Estado ou situação. Isto porque, antigamente, era o Estado que conduzia os inquéritos para calcular o número de habitantes do país ou determinar a composição da população, segundo a idade ou o sexo. Actualmente, a Estatística é uma ciência, pois possui objecto de estudo e métodos próprios para recolher, organizar, classificar, apresentar e interpretar um conjunto de dados relacionados com diversos fenómenos, com objectivo de compreendê-los de forma mais profunda. A Estatística é aplicada em muitas áreas do conhecimento humano, como por exemplo, Genética, Economia, Ciências Sociais, Engenharias, Medicina, Biologia, Psicologia, entre muitas.

População e amostra

Quando estudaste a noção de conjunto, ouviste falar de frases como conjunto de alunos da sua escola; conjunto dos habitantes de uma determinada cidade ou de um país. Cada uma dessas frases tem um conceito muito importante para o trabalho de Estatística. Trata-se do conceito de população.

Em estatística, **população ou (universo estatístico)** é o termo que designa o conjunto de elementos que se pretende observar ou estudar e que têm pelo menos uma característica em comum. Por exemplo, as pessoas que habitam a cidade de Luanda.

Cidade de Luanda

Uma população pode ser finita ou infinita. Diz-se finita quando podemos determinar o seu número de elementos. Por exemplo, se considerares como população todos os alunos da tua escola, estás perante uma população finita, porque se conhece o número total de alunos que a tua escola tem.

Diz-se que a população é **infinita** quando a característica ou propriedade de uma variável ocorre **n** vezes, ou seja, quando acontece sucessivamente. Por exemplo, os resultados em sucessivos lançamentos de um dado.
Existem situações em que é difícil ou mesmo impossível estudar um fenómeno, usando todos os elementos da população. Neste caso recorre-se a uma parte ou subconjunto da população, com a qual se pode tirar as conclusões sobre esta população. Esta parte da população chama-se amostra.

Amostra – parte ou subconjunto da população que se observa com objectivo de tirar conclusões sobre a população da qual foi retirada.

Dimensão ou tamanho da amostra – Número de elementos da amostra ou população.

Exemplo:

Alunos	Sexo	Idade
1	F	11
2	F	10
3	M	10
4	F	11
5	M	12
6	F	10

Unidade observável, variável estatística e dado estatístico

Uma população ou a sua amostra é constituída por pessoas, objectos ou fenómenos com uma certa característica comum que deve ser observada. Estas pessoas, objectos ou fenómenos a serem observados, designam-se **unidade observacional**.
Variável estatística corresponde à propriedade ou característica que se pretende estudar numa população.
Exemplos: idade, altura, cor dos olhos, notas, entre outras.
Dado estatístico corresponde a cada um dos valores da variável estatística observados em cada elemento da população ou amostra.

Classificação das variáveis estatísticas

As variáveis estatísticas podem classificar-se em dois grandes grupos: **qualitativas** e **quantitativas**.
Uma variável diz-se **qualitativa** quando se refere a uma característica que expressa uma qualidade ou um atributo.
Exemplos: o animal preferido, a nacionalidade, as modalidades desportivas preferidas, o grau de satisfação com um produto, a cor dos olhos, entre outras preferências.

Uma variável diz-se **quantitativa (numérica)** quando se refere a uma característica ou propriedade que se possa contar ou medir.

Exemplos: número de habitantes de uma província ou de um país, o peso, a idade, a altura, as notas que tiras nas avaliações, entre outras.

Exercício

Assinala com **x** as variáveis qualitativas e com **y** as variáveis quantitativas.

Comprimento ☐ Sexo ☐ Cor do cabelo ☐ Barris de petróleo ☐

Qualidade da fruta ☐ Estado civil ☐ Número de filhos ☐

Recolha e organização de dados

Geralmente, para recolher os dados num estudo estatístico, faz-se um inquérito com a ajuda de vários instrumentos, como a observação, o questionário (que pode ter perguntas directas ou indirectas), análise documental (leitura de vários documentos que trazem informações sobre aquilo que se está a investigar), entre outros instrumentos.

O José e a Maria fizeram um inquérito sobre as idades dos alunos da sua turma.

Ana – 10	Carmen – 11	Rui – 10	Marina – 13	Ricardo – 11
Amélia – 11	José – 13	Joana – 11	Francisco – 10	Alda – 9
Pedro – 9	Alberto – 12	Anabela – 11	Belmiro – 12	Duarte –13
Isabel – 12	Suzete – 11	Filomena – 12	Manuela – 12	Lurdes – 10
João – 11	André – 10	Jaime – 13	Inês – 11	António – 12
Paulo – 10	Vera – 9	Fernando – 11	Márcia – 13	

Esses dados são depois organizados e podem ser usados para muitos fins, como por exemplo, no ensino, na saúde, nos serviços de identificação e em tantas outras áreas.

Noção de frequência. Tabelas de frequência absoluta

Repara como o José está a organizar os dados recolhidos.

Ajuda-o a completar a tabela:

Idades	Número de alunos
9 anos	3
10 anos	6
11 anos	
12 anos	
13 anos	

Agora é mais fácil fazer a leitura dos dados.

Quantos alunos há com 11 anos?

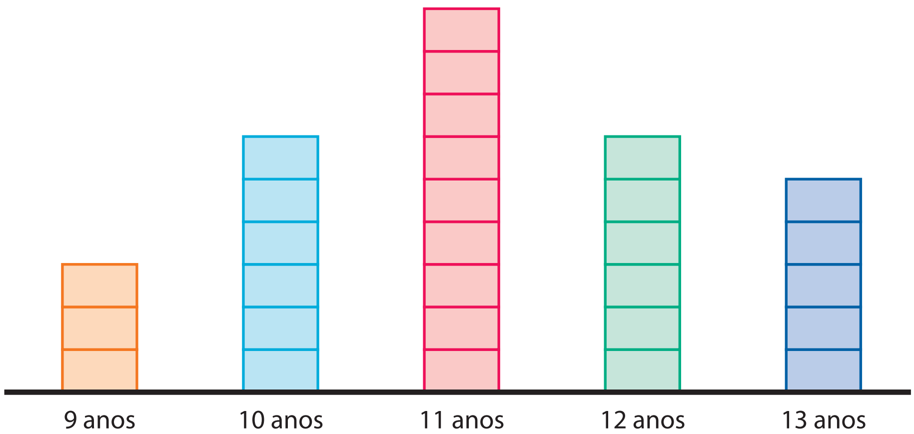
Claro! Há 9 alunos. Dizemos que 9 é a **frequência** desse acontecimento. E a tabela que completaste chama-se **tabela de frequências.**

Frequência absoluta: é o número de vezes que cada valor da variável se repete.

Para construir uma tabela de frequências absolutas, procede-se do seguinte modo: na primeira coluna são registados os valores que a variável em estudo pode assumir (categoria ou número) e na segunda coluna são registadas as respectivas frequências absolutas.

Gráficos de barras. Pictogramas

Os gráficos de barras são uma das formas de se apresentar dados. A Maria organizou os dados num **gráfico de barras**:



Para o construir, utilizou uma escala. Assim  representa 1 aluno.

As barras têm todas a mesma largura.

Observando o gráfico feito pela Maria, a Maria percebeu o seguinte:

Há tantos alunos com 10 anos quanto com 12 anos! Ou seja, o número de alunos com 10 anos e o número de alunos com 12 anos são iguais.

O que viu a Joana no gráfico para tirar esta conclusão?

A Joana conseguiu tirar esta conclusão porque ela tem algumas noções de Estatística, que lhe permitiram interpretar o gráfico com exactidão.

Exercício

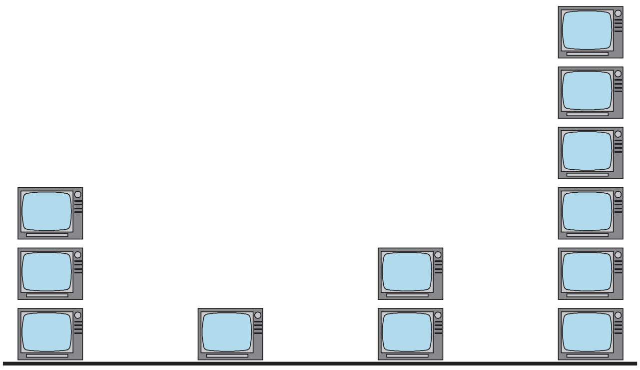
Faz uma recolha de dados na tua turma relativa ao mês de aniversário de todos os alunos.

- Organiza os dados e, no teu caderno, apresenta-os sob a forma de tabela de frequências e de gráfico de barras.

Para fornecer informações, há gráficos, bem sugestivos, em que os números são representados por desenhos, todos do mesmo tamanho, que sugerem o que se quer representar – são os **pictogramas**.

O pictograma seguinte refere-se à venda de televisores por uma empresa, em 2018, nos meses indicados. Repara na informação geral apresentada no pictograma e no símbolo (televisor) à esquerda.

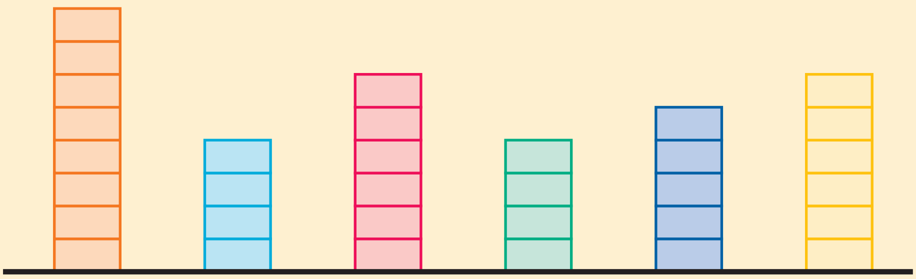
 5 televisores



- O que representa cada símbolo  ? ______________________
- Qual foi o mês em que a empresa vendeu mais televisores? ______________
- Quantos televisores se venderam em Dezembro? ______________________
- Quantos televisores se venderam nos últimos 4 meses do ano? ____________

Exercícios

1. No gráfico seguinte está representado o número de livros requisitados na Biblioteca Nacional de Luanda, no 1.º semestre de 2018 (cada unidade representa 5 livros).



a) Em que mês foram requisitados mais livros?

b) Quantos livros foram requisitados no mês de Março?

c) Relativamente a Abril, quantos livros a mais foram requisitados em Junho?

2. Fez-se um inquérito aos alunos das turmas da 6.ª classe de uma escola sobre o seu desporto favorito.

As respostas a esse inquérito foram apresentadas, inicialmente, da seguinte forma:

Futebol – HHHHHHHHHH

Natação – HHHHHHHHHHHH

Voleibol – HHHHH

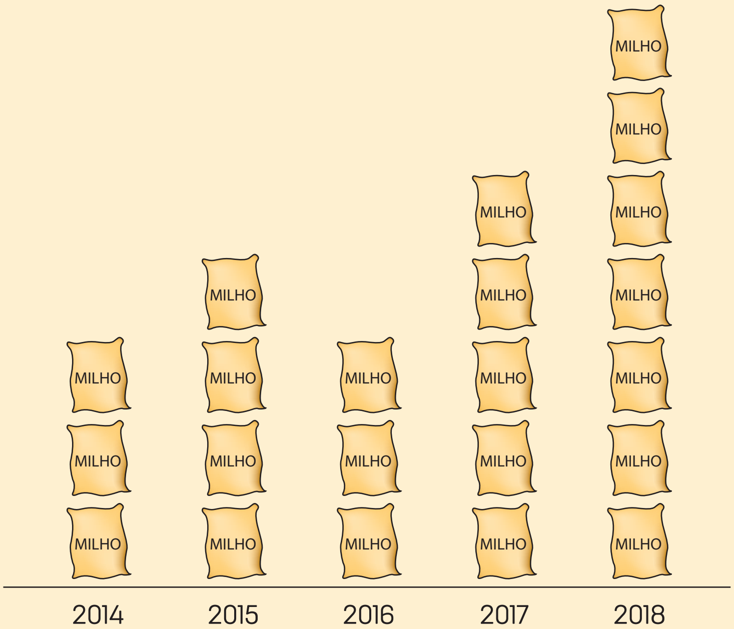
Basquetebol – HHHHHHH

a) Completa com estes dados a tabela seguinte:

Desporto escolhido	Número de alunos
Futebol	
Natação	
Voleibol	
Basquetebol	

b) Constrói no teu caderno um gráfico de barras correspondente às respostas obtidas.

3. O pictograma diz respeito à importação de milho por uma empresa nos anos indicados.



a) Em 2015 foram importadas 500 toneladas de milho. Cada saco representa quantas toneladas de milho?

b) Qual foi a importação de milho em 2108?

4. No campeonato de atletismo organizado numa escola, os resultados em metros obtidos por 15 alunos no salto em comprimento foram os seguintes:

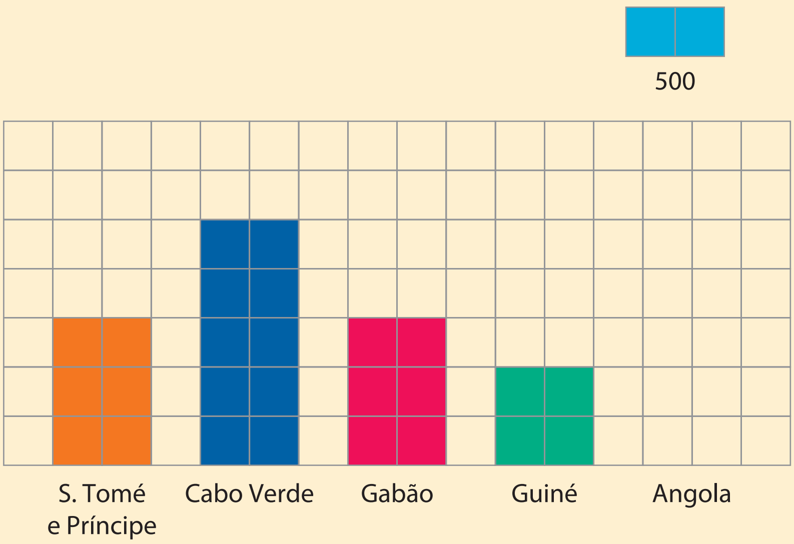
2,45	2,40	2,70	2,65	2,85
2,95	2,65	2,45	2,40	2,70
2,65	2,85	2,65	3,10	2,45

a) Indica qual a frequência do salto de 2,45 m.

b) Constrói uma tabela organizando os dados de forma a facilitar a consulta.

c) Qual foi o melhor salto em comprimento?

5. O gráfico seguinte, que está incompleto, refere-se à exportação de pares de sapatos por uma empresa, em 2017, para alguns países africanos.



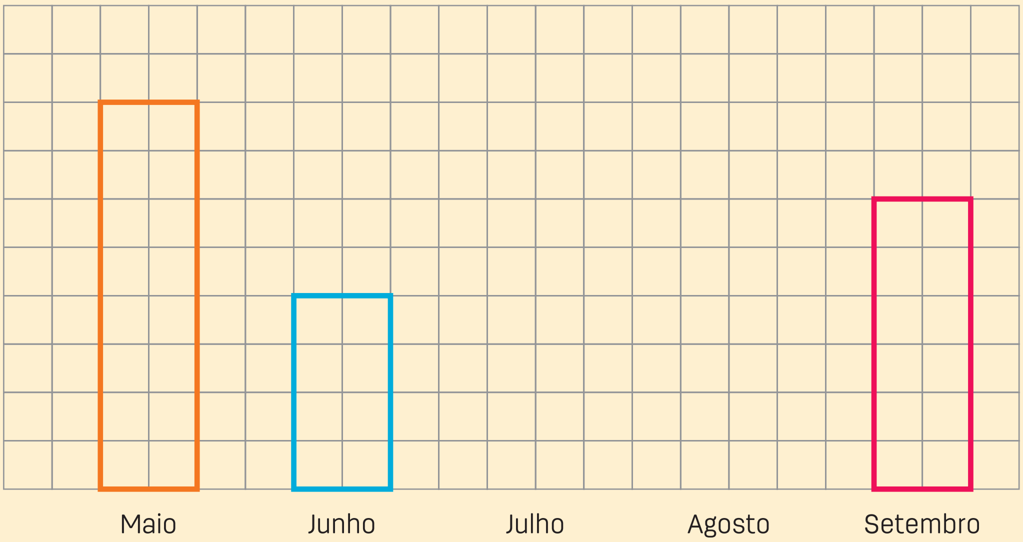
a) Quantos pares de sapatos foram exportados para Cabo Verde?

b) O número de pares de sapatos exportados para os 5 países foi de 9500. Quantos foram exportados para Angola?

c) Completa o gráfico, desenhando a barra correspondente a Angola.

6. A tabela e o gráfico seguintes referem-se ao número de refeições servidas no restaurante da D. Amélia, nos meses indicados.

Meses	Número de refeições servidas
Maio	
Junho	600
Julho	450
Agosto	900
Setembro	



a) Indica a escala usada na construção do gráfico.

b) Completa a tabela.

c) Desenha, no gráfico, as barras que faltam.

7. Na tua turma faz um inquérito para saber qual o programa de rádio preferido pelos teus colegas.

- Organiza os dados recolhidos numa tabela de frequências ou num gráfico de barras.

Medidas de tendência central

Acabámos de ver que depois da recolha de dados, num estudo estatístico, a melhor forma de reduzir as informações e fazer a sua leitura é organizá-los em tabelas de frequências e gráficos. Agora, vamos aprender como se calculam algumas medidas de posição ou tendência central.

Diz-se medidas de tendência central, porque representam um conjunto de dados pelos seus valores médios, em torno dos quais esse conjunto de dados tende a concentrar-se.

Dentre muitas destacam-se: a média, a mediana e a moda.

Média

Trata-se de uma medida estatística que só pode ser calculada quando estamos perante dados numéricos. Também é conhecida por média aritmética. Assim, nunca se calcula a média de dados que resultem de uma variável qualitativa.

Imagina que conheces as notas das tuas avaliações contínuas e pretendes calcular a tua média. Como procederias?

A **média** é o quociente entre a soma de todos os seus dados e o número total de elementos da amostra ou população.
Quando os dados estão agrupados, a soma dos valores observados pode ser obtida, adicionando os produtos de cada valor da variável pela respectiva frequência absoluta.
Não se calcula a média no caso da variável ser qualitativa.

Exemplo:

Imagina que as avaliações contínuas na disciplina de Matemática no 1.º trimestre são as seguintes: 10, 6, 13, 10, 14, 10, 11, 9, 7.

Procede-se do seguinte modo:

$$\frac{10 + 6 + 13 + 10 + 14 + 10 + 11 + 9 + 7}{9} = 9$$

Agora vê como calcular a média se organizarmos os dados numa tabela de frequências:

Avaliações contínuas	Frequência absoluta
7	1
9	1
10	3
11	1
13	1
14	1
Soma	9

Assim, a média é $\frac{1 \times 6 + 1 \times 7 + 1 \times 9 + 3 \times 10 + 1 \times 11 + 1 \times 13 + 1 \times 14}{9} = 9$

Observa: A soma das frequências absolutas é igual ao tamanho (dimensão) da população ou amostra.

Mediana

A **mediana** é um valor que divide a amostra ao meio: metade dos valores da amostra são inferiores ou iguais (não superiores) à mediana e os restantes são maiores ou iguais (não inferiores) à mediana

Diferente das demais medidas, para calcular a mediana é obrigatório que os dados estejam ordenados. É importante saber se o número de dados observados é par ou ímpar.

Exemplo:

a) Considera-se o conjunto das avaliações contínuas obtidas na disciplina de Matemática durante o 1.º trimestre:

10 6 13 10 14 10 11 9 7.

Resolução:

Trata-se de dados cuja dimensão (tamanho) é ímpar, ou seja, são 9 avaliações.

Ordenemo-las: 6 7 9 10 10 11 12 13 14

Neste caso, a mediana é o 10 que está na quinta posição em relação a todas as avaliações.

Exemplo:

b) Considera as seguintes avaliações contínuas obtidas na disciplina de Língua Portuguesa:

10 11 13 10 14 8 11 9 12 7

Resolução:

Trata-se de dados cuja sua dimensão (tamanho) é par, ou seja, são 10 avaliações.

Ordenemo-las: 7 8 9 10 10 11 11 12 13 14

Neste caso, a mediana será a média aritmética entre o 5.º e o 6.º dados, ou seja, entre 10 e 11. Assim a mediana é $\frac{10 + 11}{2} = \frac{21}{2} = 10{,}5$

Moda

A **moda** é a categoria ou a classe com maior frequência absoluta.
Se existem duas categorias ou duas classes nestas condições, o conjunto de dados chama-se bimodal.
Se existirem mais do que duas categorias ou classe com frequência máxima, o conjunto de dados diz-se multimodal.
Se todas as categorias ou classes tiverem a mesma frequência, não existe moda e o conjunto de dados diz-se amodal.

Exemplo:

a) Considera o conjunto das avaliações contínuas na disciplina de Matemática do 1.º trimestre, já usado no cálculo da média: 10 6 13 10 14 10 11 9 7.

Considerando a tabela de frequências já construída, observa-se que a categoria da variável avaliações contínuas que se repete mais vezes é a nota 10, cuja frequência é 3. Portanto, a moda é 10.

Exemplo:

b) Considera o conjunto de dados referente às idades dos alunos de uma turma.

12 11 13 11 12 11 13 12 11 13 12 11 12 13 11 12

Idades	Frequências absolutas
11	6
12	6
13	4

Observa que existem duas categorias da variável idade que têm a mesma frequência absoluta. Trata-se das idades 11 e 12 anos, cujas frequências absolutas é 6. Neste caso, a moda chama-se bimodal.

Exercícios

1. Com a ajuda dos teus pais ou encarregados de educação, vai a um *shopping*, a uma loja, a uma cantina ou um mercado. Faz o levantamento dos preços dos produtos da cesta básica.

   a) Organiza-os numa tabela de frequências absolutas.

   b) Indica o produto mais caro e qual é o seu preço.

   c) Menciona o produto mais barato e qual é o seu preço.

   d) Indica a média de gasto na compra dos produtos.

   e) Determina o valor da mediana.

   f) Calcula o valor da moda.